

DERS ÖZETİ • TRİGONOMETRİ

Trigonometrik Denklemler

Trigonometrik denklemler, bilinmeyeni açı olan ve sinüs, kosinüs ya da tanjant içeren denklemlerdir. Bu özetle **genel çözüm formüllerini** ve aralıkta kökleri bulma yolunu adım adım görürsün.

1 Temel denklem tipleri

- $\sin x = \sin a$, $\cos x = \cos a$, $\tan x = \tan a$ temel tiptir.
- Çözüm genel formüllerle yazılır.
- Formüllerdeki k bir tam sayıdır.

2 Genel çözüm formülleri

- $\sin x = \sin a$: $x = a + 2k\pi$ veya $(\pi - a) + 2k\pi$
- $\cos x = \cos a$: $x = \pm a + 2k\pi$
- $\tan x = \tan a$: $x = a + k\pi$

3 Periyotlar

- Sinüs ve kosinüsün periyodu 2π 'dir.
- Tanjant ve kotanjantın periyodu π 'dir.
- Periyot, eklenecek katları belirler.

4 Aralıkta çözüm

- Önce genel çözümü yaz.
- k 'ya 0, 1, 2 ve negatif değerler ver.
- Aralık dışındaki kökleri ele.

5 İkinci dereceden denklem

- $t = \sin x$ veya $\cos x$ dönüşümü yap.
- t , -1 ile 1 dışındaysa kök geçersizdir.
- Geçerli t değerlerini tekrar açığa çevir.

Denklem – genel çözüm – periyot

Denklem tipi	Genel çözüm	Periyot
$\sin x = \sin a$	$x = a + 2k\pi$ veya $(\pi - a) + 2k\pi$	2π
$\cos x = \cos a$	$x = \pm a + 2k\pi$	2π
$\tan x = \tan a$	$x = a + k\pi$	π
$\cot x = \cot a$	$x = a + k\pi$	π

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

Trigonometrik Denklemler: adım adım 5 örnek

ÖRNEK 1 $\sin x = \sin a$

$\sin x = 1/2$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesini bulun.

- 1 $\sin(\pi/6) = 1/2$, o hâlde $a = \pi/6$.
- 2 Genel çözüm: $x = \pi/6 + 2k\pi$ veya $x = 5\pi/6 + 2k\pi$.
- 3 $k = 0$ için kökler $\pi/6$ ve $5\pi/6$ 'dir.

Cevap: $\{\pi/6, 5\pi/6\}$

ÖRNEK 2 $\cos x = \cos a$

$\cos x = -1/2$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesini bulun.

- 1 $\cos(2\pi/3) = -1/2$, o hâlde $a = 2\pi/3$.
- 2 Genel çözüm: $x = \pm 2\pi/3 + 2k\pi$.
- 3 $k = 0$ için $x = 2\pi/3$ ve $x = -2\pi/3 + 2\pi = 4\pi/3$.

Cevap: $\{2\pi/3, 4\pi/3\}$

ÖRNEK 3 $\tan x = \tan a$

$\tan x = 1$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesini bulun.

- 1 $\tan(\pi/4) = 1$, o hâlde $a = \pi/4$.
- 2 Genel çözüm: $x = \pi/4 + k\pi$.
- 3 $k = 0$ için $\pi/4$, $k = 1$ için $5\pi/4$ bulunur.

Cevap: $\{\pi/4, 5\pi/4\}$

ÖRNEK 4 İKİNCİ DERECEDEN

$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesini bulun.

- 1 $t = \sin x$ alınca $2t^2 - t - 1 = 0$, yani $(2t + 1)(t - 1) = 0$.
- 2 $t = 1$ ise $x = \pi/2$; $t = -1/2$ ise referans açısı $\pi/6$ 'dır.
- 3 Sinüs negatif olduğundan $x = 7\pi/6$ ve $11\pi/6$ bulunur.

Cevap: $\{\pi/2, 7\pi/6, 11\pi/6\}$

ÖRNEK 5 $\sin x = -\sqrt{3}/2$

$\sin x = -\sqrt{3}/2$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesini bulun.

- 1 $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$ olduğundan referans açısı $\pi/3$ 'tür.
- 2 Sinüs negatif olduğu için $\pi + \pi/3$ ve $2\pi - \pi/3$ alınır.
- 3 Kökler $4\pi/3$ ve $5\pi/3$ 'tür.

Cevap: $\{4\pi/3, 5\pi/3\}$

MİNİ TEST

Trigonometrik Denklemler: 10 soruda kendini dene

Ad Soyad:

Tarih:

Doğru / Yanlış:

1. $\sin x = \sqrt{3}/2$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi/3, 2\pi/3\}$ B) $\{\pi/6, 5\pi/6\}$
 C) $\{\pi/3, 4\pi/3\}$ D) $\{\pi/4, 3\pi/4\}$

2. $\cos x = 1/2$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi/3, 2\pi/3\}$ B) $\{\pi/3, 5\pi/3\}$
 C) $\{\pi/6, 11\pi/6\}$ D) $\{\pi/2, 3\pi/2\}$

3. $\tan x = \sqrt{3}$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi/6, 7\pi/6\}$ B) $\{\pi/3, 2\pi/3\}$
 C) $\{\pi/3, 4\pi/3\}$ D) $\{\pi/4, 5\pi/4\}$

4. $\cos x = 0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{0, \pi\}$ B) $\{\pi/2, 3\pi/2\}$
 C) $\{\pi/2, \pi\}$ D) $\{\pi/4, 3\pi/4\}$

5. $\cos x = -\sqrt{2}/2$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi/4, 7\pi/4\}$ B) $\{3\pi/4, 5\pi/4\}$
 C) $\{\pi/4, 3\pi/4\}$ D) $\{5\pi/4, 7\pi/4\}$

6. $\tan x = -1$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi/4, 5\pi/4\}$ B) $\{\pi/4, 3\pi/4\}$
 C) $\{3\pi/4, 7\pi/4\}$ D) $\{\pi/2, 3\pi/2\}$

7. $\sin x = 1$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{0\}$ B) $\{\pi\}$
 C) $\{3\pi/2\}$ D) $\{\pi/2\}$

8. $2\sin^2 x - 1 = 0$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4\}$ B) $\{\pi/4, 3\pi/4\}$
 C) $\{\pi/3, 2\pi/3, 4\pi/3, 5\pi/3\}$ D) $\{\pi/4, 5\pi/4\}$

9. $\cos x = 1$ denkleminin $[0, 2\pi)$ aralığındaki çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi\}$ B) $\{2\pi\}$
 C) $\{\pi/2\}$ D) $\{0\}$

10. $x \in [0, \pi)$ aralığında $\sin x = 1/2$ denkleminin çözüm kümesi hangisidir?

- A) $\{\pi/6\}$ B) $\{\pi/3, 2\pi/3\}$
 C) $\{\pi/6, 5\pi/6\}$ D) $\{5\pi/6, 7\pi/6\}$

Cevap anahtarı

1. A · $\sin(\pi/3) = \sqrt{3}/2$ ve $\pi - \pi/3 = 2\pi/3$ olduğu için kökler $\pi/3$ ve $2\pi/3$ 'tür.3. C · $\tan(\pi/3) = \sqrt{3}$ ve $\pi/3 + \pi = 4\pi/3$ olduğu için kökler $\pi/3$ ve $4\pi/3$ 'tür.5. B · Referans açısı $\pi/4$ 'tür ve kosinüs ikinci ile üçüncü bölgede negatif olduğundan kökler $3\pi/4$ ve $5\pi/4$ 'tür.7. D · Sinüs yalnızca $\pi/2$ açısında 1 değerini alır.9. D · Kosinüs yalnızca 0 açısında 1 değerini alır; 2π bu aralığın dışındadır.2. B · $\cos(\pi/3) = 1/2$ ve $-\pi/3 + 2\pi = 5\pi/3$ olduğu için kökler $\pi/3$ ve $5\pi/3$ 'tür.4. B · Kosinüs yalnızca $\pi/2$ ve $3\pi/2$ açılarında sıfır değerini alır.6. C · $\tan(-\pi/4) = -1$ olduğundan $x = -\pi/4 + k\pi$, $k = 1$ ve $k = 2$ için $3\pi/4$ ve $7\pi/4$ bulunur.8. A · $\sin^2 x = 1/2$ olduğundan $\sin x = \pm\sqrt{2}/2$ olur ve dört kök çıkar.10. C · $\pi/6$ ve $5\pi/6$ değerleri $[0, \pi)$ aralığındadır; $7\pi/6$ bu aralığın dışında kalır.

Konunun tam anlatımı ve daha fazla soru:

tahtaapp.com/blog/dersler/12-sinif-matematik-trigonometrik-denklemler-konu-anlatimi