

DERS ÖZETİ • ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYONLAR

Üstel Fonksiyon

$a > 0$ ve $a \neq 1$ olmak üzere $f(x) = a^x$ biçimindeki fonksiyona üstel fonksiyon denir. Grafik her zaman $(0, 1)$ noktasından geçer ve x eksenini kesmez.

1 Tanım

- $f(x) = a^x$, $a > 0$ ve $a \neq 1$
- Değişken üstte, sabit a tabanda
- x bir artınca sonuç a ile çarpılır
- x^3 polinom, 3^x üsteldir

2 Tanım ve görüntü kümesi

- Tanım kümesi: $\mathbb{R}$
- Görüntü kümesi: $(0, \infty)$
- $f(0) = 1$ ve $f(1) = a$
- Birebirdir, 0 değerini almaz

3 Artan ve azalan

- $a > 1$ ise artan
- $0 < a < 1$ ise azalan
- Her tabanda grafik $(0, 1)$ 'den geçer
- a^x ile $(1/a)^x$ y eksenine göre simetrik

4 Kaydırma

- $f(x) = a^{(x - h)} + k$
- h birim sağa, k birim yukarı kayar
- Görüntü kümesi: (k, ∞)
- Geçtiği nokta: $(h, 1 + k)$

5 Karşılaştırma

- Önce tabanları eşitle
- $a > 1$: büyük üs, büyük sonuç
- $0 < a < 1$: büyük üs, küçük sonuç
- $(1/2)^x = 2^{(-x)}$ dönüşümünü kullan

 $a > 1$ ve $0 < a < 1$ karşılaştırması

Özellik	$a > 1$ (ör. 2^x)	$0 < a < 1$ (ör. $(1/2)^x$)
Monotonluk	Artan	Azalan
x büyüdükçe	Değer çok büyür	Değer 0'a yaklaşır
Ortak nokta	$(0, 1)$	$(0, 1)$
x = 1'deki değer	a	a
Görüntü kümesi	$(0, \infty)$	$(0, \infty)$

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

Üstel Fonksiyon: adım adım 5 örnek

ÖRNEK 1 DEĞER BULMA

$f(x) = 2^x$ için $f(3) + f(-2)$ kaçtır?

- 1 $f(3) = 2^3 = 8$
- 2 $f(-2) = 2^{-2} = 1/4$
- 3 $8 + 1/4 = 33/4$

Cevap: $33/4$

ÖRNEK 2 PARAMETRELİ TABAN

$f(x) = (m - 3)^x$ artan bir üstel fonksiyon ise m hangi aralıktadır?

- 1 Üstel olma: $m - 3 > 0$ ve $m - 3 \neq 1$
- 2 Artan olma: $m - 3 > 1$
- 3 Buradan $m > 4$ bulunur

Cevap: $m > 4$

ÖRNEK 3 KAYDIRMA

$f(x) = 3^{x-1} + 2$ için görüntü kümesi ve $f(0)$ nedir?

- 1 $k = 2$ olduğundan görüntü kümesi $(2, \infty)$
- 2 Grafik $(1, 3)$ noktasından geçer
- 3 $f(0) = 3^{-1} + 2 = 1/3 + 2 = 7/3$

Cevap: $(2, \infty)$ ve $f(0) = 7/3$

ÖRNEK 4 KARŞILAŞTIRMA

$a = 2^{0,3}$, $b = 2^{0,5}$, $c = (1/2)^{-0,4}$ sayılarını sırala.

- 1 $c = (2^{-1})^{-0,4} = 2^{0,4}$
- 2 Taban $2 > 1$, üsleri sırala
- 3 $0,3 < 0,4 < 0,5$

Cevap: $a < c < b$

ÖRNEK 5 YARILANMA

Yarılma süresi 5 yıl olan 80 g maddeden 10 yıl sonra kaç gram kalır?

- 1 $m(t) = 80 \cdot (1/2)^{t/5}$
- 2 $t = 10$ için üs 2 olur
- 3 $m(10) = 80 \cdot 1/4 = 20$

Cevap: 20 g

MİNİ TEST

Üstel Fonksiyon: 10 soruda kendini dene

Ad Soyad: _____

Tarih: _____

Doğru / Yanlış: _____

1. Aşağıdakilerden hangisi üstel fonksiyondur?

A) $f(x) = x^2$

B) $f(x) = 1^x$

C) $f(x) = (3/4)^x$

D) $f(x) = (-5)^x$

2. $f(x) = 4^x$ için $f(-1) + f(2)$ kaçtır?

A) $63/4$

B) $65/4$

C) 17

D) $33/2$

3. $f(x) = (m - 2)^x$ artan bir üstel fonksiyon ise m hangi aralıktadır?

A) $m > 3$

B) $m > 2$

C) $2 < m < 3$

D) $m < 3$

4. $f(x) = (5 - k)^x$ azalan bir üstel fonksiyon ise k hangi aralıktadır?

A) $4 < k < 5$

B) $k < 4$

C) $k > 5$

D) $k < 5$

5. $f(x) = 2^x + 3$ fonksiyonunun görüntü kümesi nedir?

A) $(0, \infty)$

B) $(2, \infty)$

C) $\mathbb{R}$

D) $(3, \infty)$

6. $f(x) = 3^{x+2} - 1$ grafiği hangi noktadan geçer?

A) $(2, 0)$

B) $(0, 2)$

C) $(-2, 0)$

D) $(-2, 1)$

7. $f(x) = a^x$ grafiği $(2, 9)$ noktasından geçiyorsa a kaçtır?

A) -3

B) 9

C) $1/3$

D) 3

8. $a = 5^{1/4}, b = 5^{0,1}, c = (1/5)^{(-0,3)}$ sıralaması nedir?

A) $a < b < c$

B) $b < c < a$

C) $c < b < a$

D) $b < a < c$

9. 50 bakteri her saat iki katına çıkıyor. 4 saat sonra kaç bakteri olur?

A) 800

B) 400

C) 1600

D) 200

10. Yarılanma süresi 3 yıl olan 64 g maddeden 9 yıl sonra kaç gram kalır?

A) 16

B) 32

C) 8

D) 4

Cevap anahtarı

1. C · Taban $3/4$ pozitif ve 1'den farklı, değişken üstte.3. A · $m - 2 > 1$ olmalı, buradan $m > 3$.5. D · $2^x > 0$ olduğundan $2^x + 3 > 3$.7. D · $a^2 = 9$ ve $a > 0$ olduğundan $a = 3$.9. A · $50 \cdot 2^4 = 50 \cdot 16 = 800$.2. B · $1/4 + 16 = 65/4$.4. A · $0 < 5 - k < 1$ eşitsizliğinden $4 < k < 5$.6. C · $x = -2$ için $3^0 - 1 = 0$ olur.8. B · $c = 5^{1/3}$; taban $5 > 1, 0,1 < 0,3 < 0,4$.10. C · $9/3 = 3$ yarılanma: $64 \cdot 1/8 = 8$.

Konunun tam anlatımı ve daha fazla soru:

tahtaapp.com/blog/dersler/12-sinif-matematik-ustel-fonksiyon-konu-anlatimi