TAHTA

12. Sınıf | Matematik

DERS ÖZETİ · TÜREV

Limit ve Süreklilik

Bir noktada **limit** ve **süreklilik** olup olmadığını tek soru sırasıyla bul: **Soldan limit, sağdan limit ve f(a) ne diyor?**

1 Limit Nedir?

- x, a'ya yaklaşırken f(x)'in gittiği sayı limittir
- Fonksiyon a'da tanımsız olsa da limit var olabilir
- Gösterim: lim(x→a) f(x)

2 Soldan ve Sağdan Limit

- Soldan limit: x, a'ya küçük değerlerden yaklaşır
- Sağdan limit: x, a'ya büyük değerlerden yaklaşır
- İkisi eşitse limit vardır, değilse yoktur

3 Limit Özellikleri

- Toplam ve fark limiti ayrı ayrı alınır
- Çarpım limiti ayrı ayrı çarpılır
- Bölüm limitinde payda sıfır olamaz
- 0/0 çıkarsa çarpanlara ayır, sadeleştir

4 Süreklilik Şartları

- f(a) tanımlı olmalı
- lim(x→a) f(x) var olmalı
- Bu limit f(a)'ya eşit olmalı
- Biri bile bozulursa fonksiyon süreksizdir

5 Sık Yapılan Hatalar

- Tanımsız nokta limitin de yok olduğu anlamına gelmez
- Limit varlığı tek başına sürekliliği göstermez
- Soldan-sağdan farklıysa fonksiyon tanımsız sayılmaz

Limitli mi, sürekli mi?

Durum	Limit var mı?	f(a) = limit mi?	Sonuç
Soldan = sağdan, f(a) eşit	Var	Evet	Sürekli
Soldan = sağdan, f(a) farklı	Var	Hayır	Süreksiz
Soldan ≠ sağdan	Yok	—	Süreksiz

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

Limit ve Süreklilik: adım adım 5 örnek

ÖRNEK 1 0/0 BELİRSİZLİĞİ

lim(x→2) (x²−4)/(x−2) limitini bul.

1. Pay çarpanlarına ayrılır: (x−2)(x+2)
2. (x−2) sadeleşir, x+2 kalır
3. x=2 için 2+2 hesaplanır

Cevap: 4

ÖRNEK 2 SOLDAN-SAĞDAN LİMİT

f(x)=x+1 (x<1), f(x)=2x (x≥1) için lim(x→1) f(x) kaçtır?

1. Soldan limit: 1+1 = 2
2. Sağdan limit: 2(1) = 2
3. İki değer eşit

Cevap: 2

ÖRNEK 3 SÜREKLİLİK TESTİ

Yukarıdaki f(x) fonksiyonu x=1'de sürekli midir?

1. f(1) = 2(1) = 2 tanımlı
2. Limit = 2
3. f(1) = limit olduğundan üç şart sağlanır

Cevap: Sürekli

ÖRNEK 4 SÜREKSİZLİK

g(x)=x+1 (x<1), g(1)=3, g(x)=2x (x>1) için x=1'de süreklilik var mı?

1. Soldan limit 2, sağdan limit 2
2. lim(x→1) g(x) = 2
3. g(1) = 3 ≠ 2

Cevap: Süreksiz

ÖRNEK 5 TANIMSIZ NOKTADA LİMİT

f(x) = (x²−1)/(x−1) için lim(x→1) f(x) kaçtır? (f, x=1'de tanımsızdır)

1. Pay çarpanlarına ayrılır: (x−1)(x+1)
2. (x−1) sadeleşir, x+1 kalır
3. x=1 için 1+1 hesaplanır

Cevap: 2

TAHTA

12. Sınıf | Matematik

MİNİ TEST

Limit ve Süreklilik: 10 soruda kendini dene

Ad Soyad: Tarih: Doğru / Yanlış:

1. lim(x→3) (x²-9)/(x-3) kaçtır?

A) 3 **B)** 6
C) 9 **D)** 0

2. f(x)=x (x<0), f(x)=x+1 (x≥0) için lim(x→0) f(x) nedir?

A) 0 **B)** 1
C) Yoktur **D)** 2

3. lim(x→1) (x²-1)/(x-1) kaçtır?

A) 0 **B)** 1
C) 2 **D)** -2

4. lim(x→-1) (x²-1)/(x+1) kaçtır?

A) -2 **B)** 0
C) 1 **D)** 2

5. Bir fonksiyonun bir noktada limiti varsa, o noktada kesin sürekli midir?

A) Evet, her zaman
B) Hayır, hiçbir zaman sürekli olamaz
C) Sadece polinomlarda evet
D) Hayır, ayrıca f(a)=limit olmalı

6. f(x)=2x+1 (x<2), f(2)=4, f(x)=x+3 (x>2) için x=2'de süreklilik var mı?

A) Var, çünkü limit 5
B) Yok, çünkü f(2)=4 limite eşit değil
C) Yok, çünkü soldan-sağdan limit farklı
D) Var, çünkü f(2) tanımlı

7. Soldan limit ile sağdan limit eşit değilse ne söylenebilir?

A) O noktada limit yoktur **B)** Fonksiyon tanımsızdır
C) Fonksiyon süreklidir **D)** f(a) hesaplanamaz

8. f(x)=(x²-4)/(x-2) fonksiyonu x=2'de tanımsızdır. lim(x→2) f(x) var mıdır?

A) Yoktur, çünkü f(2) tanımsız
B) Vardır ve 0'dır
C) Vardır ve 2'dir
D) Vardır ve 4'tür

9. lim [f(x)+g(x)] ifadesi hangi kurala göre hesaplanır?

A) f ve g'nin limitleri ayrı alınıp toplanır
B) f ve g çarpılır
C) Önce g'nin limiti alınır
D) Hesaplanamaz

10. 0/0 belirsizliği çıktığında ilk yapılacak adım nedir?

A) Limitin yok olduğunu yazmak
B) Sayıyı sıfır kabul etmek
C) Payı ve paydayı çarpanlarına ayırmak
D) Soruyu boş bırakmak

Cevap anahtarı

1. B · (x-3)(x+3)/(x-3) sadeleşir, x=3 için 3+3=6 olur.

2. C · Soldan limit 0, sağdan limit 1; eşit olmadığından limit yoktur.

3. C · (x-1)(x+1)/(x-1) sadeleşir, x=1 için 1+1=2 olur.

4. A · (x-1)(x+1)/(x+1) sadeleşir, x=-1 için -1-1=-2 olur.

5. D · Süreklilik için limitin f(a)'ya eşit olması da gerekir.

6. B · Soldan ve sağdan limit 5'tir ama f(2)=4 olduğundan üçüncü şart bozulur.

7. A · Soldan ve sağdan limit farklıysa o noktada limit yoktur.

8. D · Tanımsızlık limitin varlığını etkilemez; sadeleştirince limit 4 bulunur.

9. A · Toplam limiti, limitlerin ayrı ayrı alınıp toplanmasıyla bulunur.

10. C · Payı ve paydayı çarpanlarına ayırıp ortak çarpanı sadeleştirmek gerekir.

Konunun tam anlatımı ve daha fazla soru:
tahtaapp.com/blog/dersler/12-sinif-matematik-limit-ve-sureklilik-konu-anlatimi