DERS ÖZETİ · VERİDEN OLASILIĞA

Koşullu Olasılık

Koşullu olasılık, B olayının gerçekleştiği bilindiğinde A olayının olasılığıdır: **P(A|B) = P(A∩B) / P(B)**, P(B) ≠ 0.

1 Tanım ve Formül

- P(A|B): B bilindiğinde A'nın olasılığı.
- P(A|B) = P(A∩B) / P(B), P(B) ≠ 0.
- Eşit olasılıkta: P(A|B) = s(A∩B) / s(B).
- Sonuç her zaman 0 ile 1 arasındadır.

2 "Bilindiğine Göre" Okuma

- "Bilindiğine göre" denen olay koşuldur: B.
- Sorulan olay A'dır.
- Koşul dikey çizginin sağına yazılır.
- Payda her zaman koşul olan olaydır.

3 Bağımlı ve Bağımsız Olay

- Bağımsız: P(A|B) = P(A).
- Bağımsız: P(A∩B) = P(A)·P(B).
- Geri konularak çekiliş bağımsızdır.
- Geri konulmadan çekiliş bağımlıdır.

4 Çift Yönlü Tablo

- Koşul satırsa yalnız o satıra bak.
- Koşul sütunsa yalnız o sütuna bak.
- Payda: koşulun toplamı.
- Pay: koşul ile sorulan olayın ortak hücresi.

5 Sık Yapılan Hatalar

- P(A|B) ile P(B|A) genellikle eşit değildir.
- A∩B "hem A hem B"dir, "A veya B" değildir.
- Paydaya bütün örnek uzay yazılmaz.

Bağımlı ve Bağımsız Olay Karşılaştırması

Özellik	Bağımlı Olay	Bağımsız Olay
Tanım	Olasılığı değiştirir	Olasılığı değiştirmez
Koşullu olasılık	P(A|B) ≠ P(A)	P(A|B) = P(A)
Birlikte olma	P(A∩B) ≠ P(A)·P(B)	P(A∩B) = P(A)·P(B)
Çekiliş	Geri konulmadan	Geri konularak
Örnek	Torbadan art arda top	Zar ve para atma

ÇÖZÜMLÜ ÖRNEKLER

Koşullu Olasılık: adım adım 5 örnek

ÖRNEK 1 ÖRNEK 1 · SINIF TABLOSU

18 kızın 10'u, 12 erkeğin 4'ü gözlüklü. Seçilen kız ise gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

1. Koşul: kız, s(B) = 18.
2. Hem kız hem gözlüklü: s(A∩B) = 10.
3. P(gözlüklü | kız) = 10/18.

Cevap: 5/9

ÖRNEK 2 ÖRNEK 2 · GERİ KONULMADAN

Torbada 5 kırmızı, 3 mavi top var. 1. top kırmızıysa (geri konmadan) 2. topun kırmızı olma olasılığı?

1. 1. çekilişten sonra 4 kırmızı, 7 top kalır.
2. P(2. kırmızı | 1. kırmızı) = 4/7.
3. 4/7 ≠ 5/8 olduğu için olaylar bağımlıdır.

Cevap: 4/7

ÖRNEK 3 ÖRNEK 3 · BAĞIMSIZLIK KONTROLÜ

Zar atılıyor. A: çift gelir, B: 4'ten büyük gelir. A ve B bağımsız mı?

1. A = {2, 4, 6}, P(A) = 1/2.
2. B = {5, 6}, P(B) = 1/3; A∩B = {6}, P(A∩B) = 1/6.
3. P(A|B) = (1/6) / (1/3) = 1/2 = P(A).

Cevap: Bağımsızdır.

ÖRNEK 4 ÖRNEK 4 · FORMÜLLE HESAP

P(A∩B) = 0,2 ve P(B) = 0,5 ise P(A|B) kaçtır?

1. Formül: P(A|B) = P(A∩B) / P(B).
2. P(A|B) = 0,2 / 0,5.
3. Sonuç 0 ile 1 arasında, uygun.

Cevap: 0,4

ÖRNEK 5 ÖRNEK 5 · KALEMLİK

Kalemlikte 4 mavi, 2 siyah kalem var. 1. kalem siyahsa (geri konmadan) 2. kalemin siyah olma olasılığı?

1. Geri konmadığı için 1 siyah, 5 kalem kalır.
2. P(2. siyah | 1. siyah) = 1/5.
3. Geri konsaydı 2/6 = 1/3 olurdu.

Cevap: 1/5

TAHTA

10. Sınıf · Matematik

MİNİ TEST

Koşullu Olasılık: 10 soruda kendini dene

Ad Soyad: Tarih: Doğru / Yanlış:

1. 9. sınıftan 20 öğrencinin 12'si, 10. sınıftan 30 öğrencinin 18'i kulüpte. Seçilen 10. sınıftansa kulüpte olma olasılığı?

A) 2/5 **B)** 3/5
C) 9/25 **D)** 1/2

2. Aynı verilere göre kulüpte olduğu bilinen bir öğrencinin 9. sınıftan olma olasılığı kaçtır?

A) 2/5 **B)** 3/5
C) 6/25 **D)** 1/3

3. Kitap okuyan 16 kişinin 10'u kızdır. Kitap okuduğu bilinen birinin kız olma olasılığı kaçtır?

A) 1/4 **B)** 5/16
C) 5/8 **D)** 3/8

4. $P(A \cap B) = 0,15$ ve $P(B) = 0,5$ ise $P(A|B)$ kaçtır?

A) 0,075 **B)** 0,3
C) 0,35 **D)** 0,65

5. Bir zar atılıyor. Çift geldiği bilindiğine göre 2'den büyük olma olasılığı kaçtır?

A) 1/3 **B)** 1/2
C) 2/3 **D)** 5/6

6. $P(A|B) = 0,4$ ve $P(B) = 0,5$ ise $P(A \cap B)$ kaçtır?

A) 0,2 **B)** 0,8
C) 0,9 **D)** 0,1

7. Aşağıdakilerden hangisi bağımlı olaylara örnektir?

A) Bir zar ve bir para atmak
B) Geri koyarak iki top çekmek
C) İki ayrı günde zar atmak
D) Geri koymadan iki top çekmek

8. $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,5$ ve $P(A \cap B) = 0,15$ ise hangisi doğrudur?

A) A ve B bağımlıdır
B) $P(A|B) = 0,5$
C) $P(A|B) = 0,3$; olaylar bağımsız
D) $P(A|B) = 0,15$

9. $P(A \cap B) = 0,2$, $P(A) = 0,4$ ve $P(B) = 0,5$ ise $P(B|A)$ kaçtır?

A) 0,4 **B)** 0,2
C) 0,8 **D)** 0,5

10. 15 kızın 4'ü gözlüklü, 12 gözlüklünün 4'ü kız. $P(\text{kız} \mid \text{gözlüklü})$ ve $P(\text{gözlüklü} \mid \text{kız})$ sırasıyla nedir?

A) 4/15 ve 1/3 **B)** 1/3 ve 4/15
C) 1/3 ve 1/3 **D)** 4/15 ve 4/15

Cevap anahtarı

1. B · Koşul 10. sınıf: 18/30 = 3/5.

2. A · Kulüpte 12 + 18 = 30 kişi var: 12/30 = 2/5.

3. C · Payda koşul olan 16'dır: 10/16 = 5/8.

4. B · 0,15 / 0,5 = 0,3.

5. C · Çiftler {2, 4, 6}; 2'den büyük olanlar {4, 6}: 2/3.

6. A · $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2$.

7. D · Geri konmayan top, torbadaki sayıları değiştirir.

8. C · 0,15 / 0,5 = 0,3 = P(A), olaylar bağımsızdır.

9. D · Koşul A olduğu için payda P(A): 0,2 / 0,4 = 0,5.

10. B · 4/12 = 1/3 ve 4/15; paydalar farklı olduğu için sonuçlar farklı.

Konunun tam anlatımı ve daha fazla soru:
tahtaapp.com/blog/dersler/10-sinif-matematik-kosullu-olasilik-konu-anlatimi