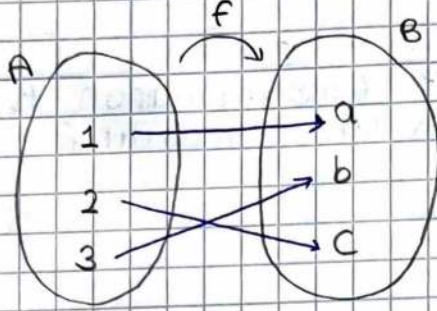


Subject :

FONKSİYON TÜRLERİ

Birebir Fonksiyon

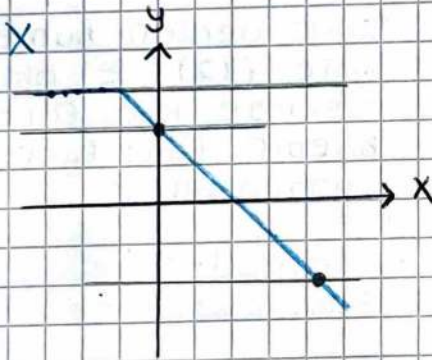
Bir fonksiyonun tanım kümesindeki farklı elemanların görüntüleri de farklı ise bu fonksiyona birebir fonk. denir.



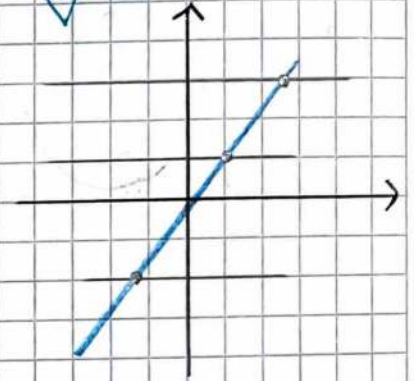
Asağıdaki fonksiyonlardan hangileri birebirdir?

Örn:

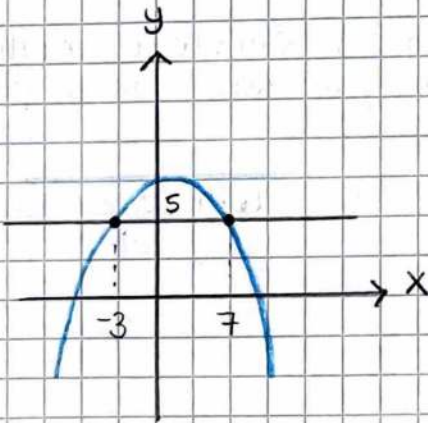
I)



II)



III)



Birebir değil
X



Fonksiyon olup olmadığını anlamak için dikey doğru testi

Birebir olup olmadığını anlamak için yatay doğru testi

Örn:

Aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri R 'den R 'ye birebirdir?

- 1) $h(x) = 3x - 5 \Rightarrow h(1) = -2 \quad h(2) = 1$ **BİREBİR**
 2) $g(x) = x^3 + 1 \Rightarrow g(1) = 2 \quad g(2) = 9$ **Birebir**
 3) $h(x) = x^2 + 1 \Rightarrow h(-1) = 2$
 $h(1) = 2$ } **X**

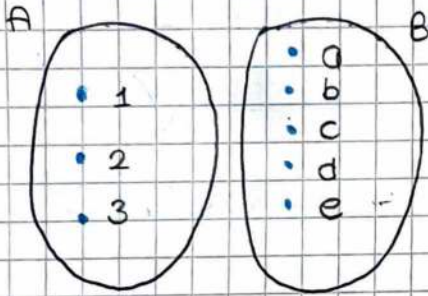
Örn:

 $f(x) = (k-3)x^2 + 2x + 3$ fonksiyonunun $R \rightarrow R$ 'ye birebir olması için k kaç olmalıdır?

$$k-3=0$$

$$\underline{k=3}$$

Örn:



Yanda verilen kümelere göre $f(2) = e$ olacak şekilde kaç farklı birebir fonksiyon yazılabilir?

1 için 4 tane

3 için 3 seçenek var

$$\underline{4 \cdot 3 = 12}$$

Örn:

$A = \{1, 2, 3, 5\}$ ve $B = \{a, b, c\}$ kümeleri veriliyor. B 'den A 'ya birebir olmayan kaç farklı fonksiyon yazılabilir?

Toplam $\Rightarrow 3^4 = 81$ tane

Birebir olmayan 81 tane



"5" farklı bir değere gidemez.

0

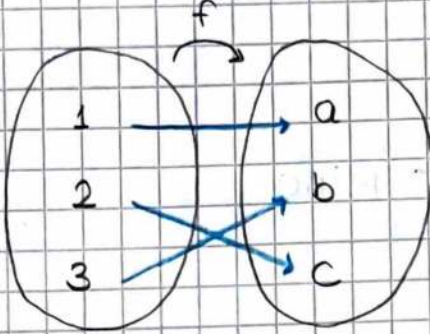
Burada birebir fonksiyon yazılamaz.

Subject :

İçine ve Örten Fonksiyon

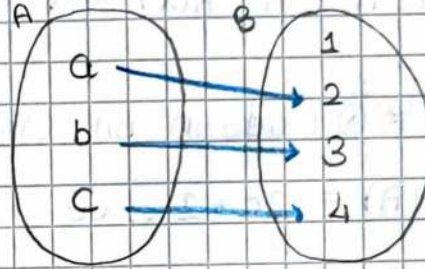
Değer kümesinde açıkta eleman kalmayan fonksiyonlara örten fonksiyon denir.

Örten olmayan fonksiyonlara içine fonksiyon denir.



Not: Örten fonksiyonlarda değer kümesi ile görüntü kümesinin eleman sayıları eşittir.

İçine Fonksiyon $\Rightarrow$



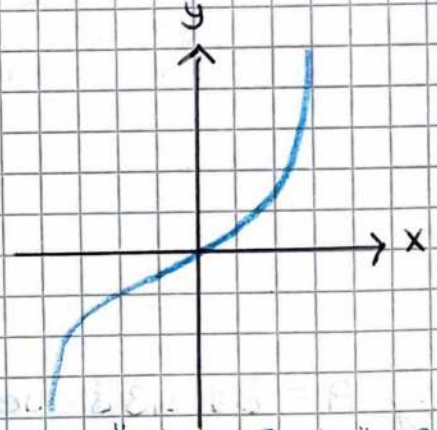
Örn: Aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri örtendir? (R'de)

I.



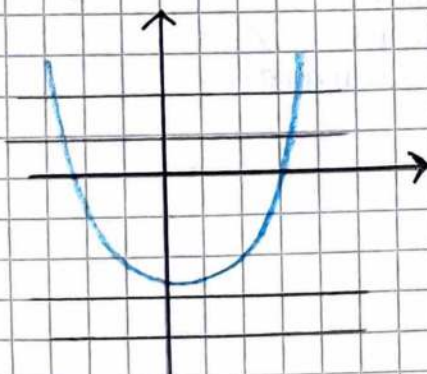
İçine

II.



Örten fonksiyon

III.



İçine Fonksiyon



Örten olup olmadığını anlamak için yatay doğru testi yapabiliriz.

Örn: Aşağıdaki fonksiyonlardan hangileri örten fonksiyon?

I) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 2x + 3 \rightarrow$ iğine

II) $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ $g(x) = 3x - 1 \rightarrow$ iğine

$$3x - 1 = 6$$

$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3} \neq \mathbb{Z}$$

III) $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ $h(x) = x^2 + 2 \rightarrow$ iğine

$$x^2 + 2 = 0$$

$$x^2 = -2$$

IV) $k: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $k(x) = x^3 - 4 \rightarrow$ Örten

Örn: $A \cap B \neq \emptyset$ ve n bir tamsayı olmak üzere

$$S(A) = 3n + 2 \text{ ve } S(B) = 10 - n \text{ 'dir.}$$

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu birebir ve örten olduğuna göre $A \cup B$ kümesi en az kaç elemanlıdır?

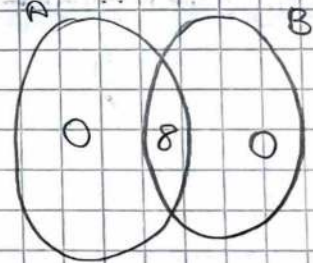
$$3n + 2 = 10 - n$$

$$4n = 8$$

$$n = 2$$

$$S(A) = 8$$

$$S(B) = 8$$



8 //

Örn: $A = \{1, 2, 3\}$ ve $B = \{a, b, c, d\}$ kümeleri veriliyor.

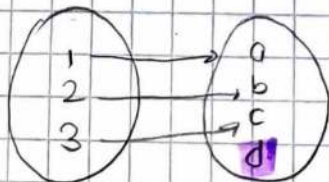
$f: A \rightarrow B$ tanımlı fonksiyon birebir old. göre

I. f fonksiyonu örtendir. $\times$

II. f fonksiyonu iğnedir. $\checkmark$

III. $f(A)$ kümesi üç elemanlıdır. $\checkmark$

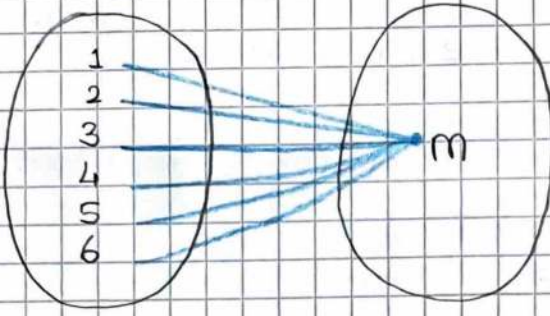
Hangileri doğrudur?



Sabit Fonksiyon

Tanım kümesindeki bütün elemanları değer kümesindeki bir tek eleman ile eşleyen fonksiyonlara sabit fonksiyon denir.

Not : Sabit fonksiyonlar $f(x) = c$, $c \in \mathbb{R}$ setlinde gösterilir.



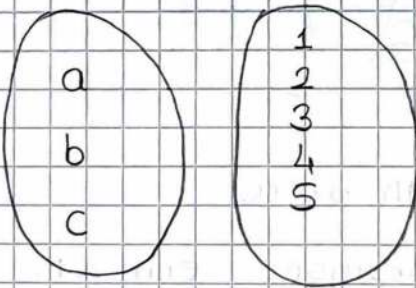
Örn: $f(x) = (k+2)x + 2k$ fonksiyonu sabit bir fonksiyon ise $f(2020)$ kaçtır?

x değişkeni olmamalı

$$\begin{aligned} k+2 &= 0 \\ k &= -2 \end{aligned}$$

$$\underline{f(x) = -4}$$

Örn: $S(A) = 3$ ve $S(B) = 5$ ise A'dan B'ye kaç tane sabit fonksiyon tanımlanabilir?



5 tane

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$f(x) = mx^2 + 3x + 2x^2 - kx + mk$ fonksiyonu sabit font. ise $f(m) + f(k)$ kaçtır?

$$\begin{aligned} m &= -2 \\ k &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -6 \\ f(m) &= -6 \\ f(k) &= -6 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{-6 - 6 = -12}}$$

Örn: /

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sabit fonksiyon ve m bir reel sayı,
 $3m + f(2) = 12$ ise $f(15) + 3m$
 ifadesinin esiti kaçtır?

$$f(x) = C$$

$$3m + C = 12$$

$$3m + C = ?$$

12 //

$$f(15) = f(2) = C$$

Örn: /

Uygun koşullarda tanımlı $f(x) = \frac{2x-3}{x+m}$ veriliyor.
 f sabit font. ise m kaçtır?

Rasyonel ifadelerde sabit fonksiyon gelebilmesi
 için sadeleşme olmalı. Sadeleşmede katsayılar
 orantılıdır.

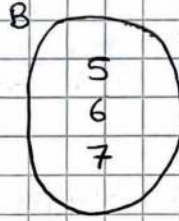
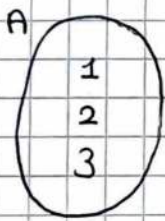
$$\frac{2}{1} = \frac{-3}{m}$$

$$2m = -3$$

$$m = \frac{-3}{2}$$

Örn: /

f ve g fonksiyonları olmak üzere



$f: A \rightarrow A$ ve
 $g: B \rightarrow A$
 tanımlanmıştır.

Buna göre $f(x) + g(x)$ en az kaçtır?

$$1 + 1 = \underline{2}$$

Örn: /

f sabit fonksiyon olmak üzere

$$f(x) = \frac{kx+6}{mx^2+2x-3} \quad \text{fonksiyonu veriliyor.}$$

Buna göre $k+m$ toplamı kaçtır?

$$m=0$$

$$\frac{k}{2} = \frac{6}{-3}$$

$$\Rightarrow -3k = 12$$

$$k = -4$$

$$\underline{\underline{-4+0 = -4}}$$

Örnek

$$A = \{x : 2 < x \leq 6, x \in \mathbb{N}\}$$

$$B = \{y : 0 < y \leq 8, y \in \mathbb{N}\}$$

kümeleri
veriliyor.

$f: A \rightarrow A$ ve $g: A \rightarrow B$ sabit fonksiyonlar olduğuna göre $m, n \in A$ elemanları için $f(m) - g(n)$ farkı en çok kaçtır?

$$A = \{3, 4, 5, 6\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$f(m) = 6$$

$$g(n) = 1$$

$$\underline{5}$$

Örnek

Tam sayılar kümesi üzerinde tanımlı f fonksiyonu sabit bir fonksiyondur.
 $f(2m), f(4m), f(8m) = 64$ ise $f(m) = ?$

$$f(x) = C$$

$$C^3 = 64$$

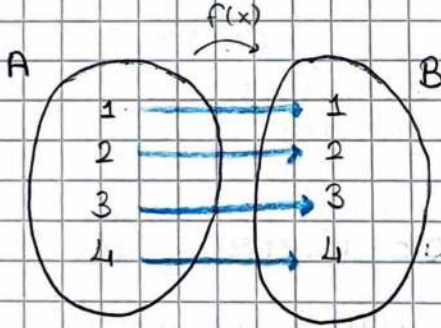
$$C = 4$$

$$\underline{f(m) = 4}$$

Birim Fonksiyon

Her elemanı kendisi ile eşleyen fonksiyonlara birim fonksiyon denir.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = x \text{ şeklinde gösterilir.}$$



BİRİM
ÖRTEN
BİREBİR

Örnek

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}' \text{ ye tanımlı}$$

$$f(x) = (k+3)x + m - 1 \text{ fonksiyonu birim fonksiyon}$$

ise $k+m$ toplamı kaçtır?

$$k = -2$$

$$m = 1$$

$$\underline{\underline{-2+1 = -1}}$$

Ör.

f birim fonksiyon olmak üzere
 $g(2x-1) = f(3x) + f(x^2+2)$ eşitliği veriliyor.
 $g(5) = m$ old. göre $f(2m)$ kaçtır?

$$x=3 \text{ için } g(5) = 9 + 11 = m = 20$$

$$\underline{f(40) = 40}$$

Ör.

$f: A \rightarrow B$ tanımlı birebir ve örten fonksiyonu
 $f \{ (2, a+1), (3, b-1), (4, c-2) \}$ şeklinde tanımlanıyor.

f aynı zamanda birim fonksiyon ise B kümesinin elemanları toplamı kaçtır?

$$\begin{aligned} a+1 &= 2 \\ a &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b-1 &= 3 \\ b &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c-2 &= 4 \\ c &= 6 \end{aligned}$$

$$\underline{2+3+4=9}$$

Ör.

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyon ve n, m birer doğal sayı
 $f(x) = nx^{n-3} - (m+5)x$
fonksiyonu birim font. ise $f(m, n)$ kaçtır?

$$f(x) = x \text{ olmalı}$$

$$n=0 \quad -(m+5)=1$$

$$f(0) = 0$$

$$m+5 = -1$$

$$m = -6$$

Ör.

g birim fonksiyon olmak üzere

$$g(f(x)) = \frac{g(x+3)}{g(x^3)} \text{ eşitliği veriliyor.}$$

Buna göre $\frac{f(1)}{f(-2)}$ oranı kaçtır?

$$f(x) = \frac{x+3}{x^3}$$

$$\frac{\frac{4}{1}}{\frac{1}{-8}} = \frac{4}{1} \cdot \frac{-8}{1} = \underline{\underline{-32}}$$