

PARABOL

$a, b, c \in \mathbb{R}$ $a \neq 0$ olmak üzere

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = ax^2 + bx + c$$

Şeklindeki fonksiyonlara ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler denir. Bu fonksiyonların grafiklerine ise parabol denir.

Örnek: $f(x) = (m+2)x^2 + x^2 + 2x - 3$

fonksiyonunun grafiği parabol belirttiğine göre $m = ?$

Çözüm: Parabol ise;

$$\text{Denklemi: } f(x) = ax^2 + bx + c$$

0 halde, 3. derece bir ifade olmaz. $(m+2) \cdot x^3$

$$\underbrace{(m+2)}_0 \rightarrow \boxed{m = -2}$$

ÖZELLİKLERİ

★ Parabol, üzerindeki her nokta parabol denklemini sağlar.

★ Parabol, kolları yukarı doğru olan ya da kolları aşağı doğru olan eğridir.

★ Parabolün, y eksenini kestiği noktanın apsisi (x değeri) sıfırdır.

★★ $\rightarrow (0, c) \rightarrow x=0 \rightarrow f(0)=c$
y eksenini kestiği nokta: c

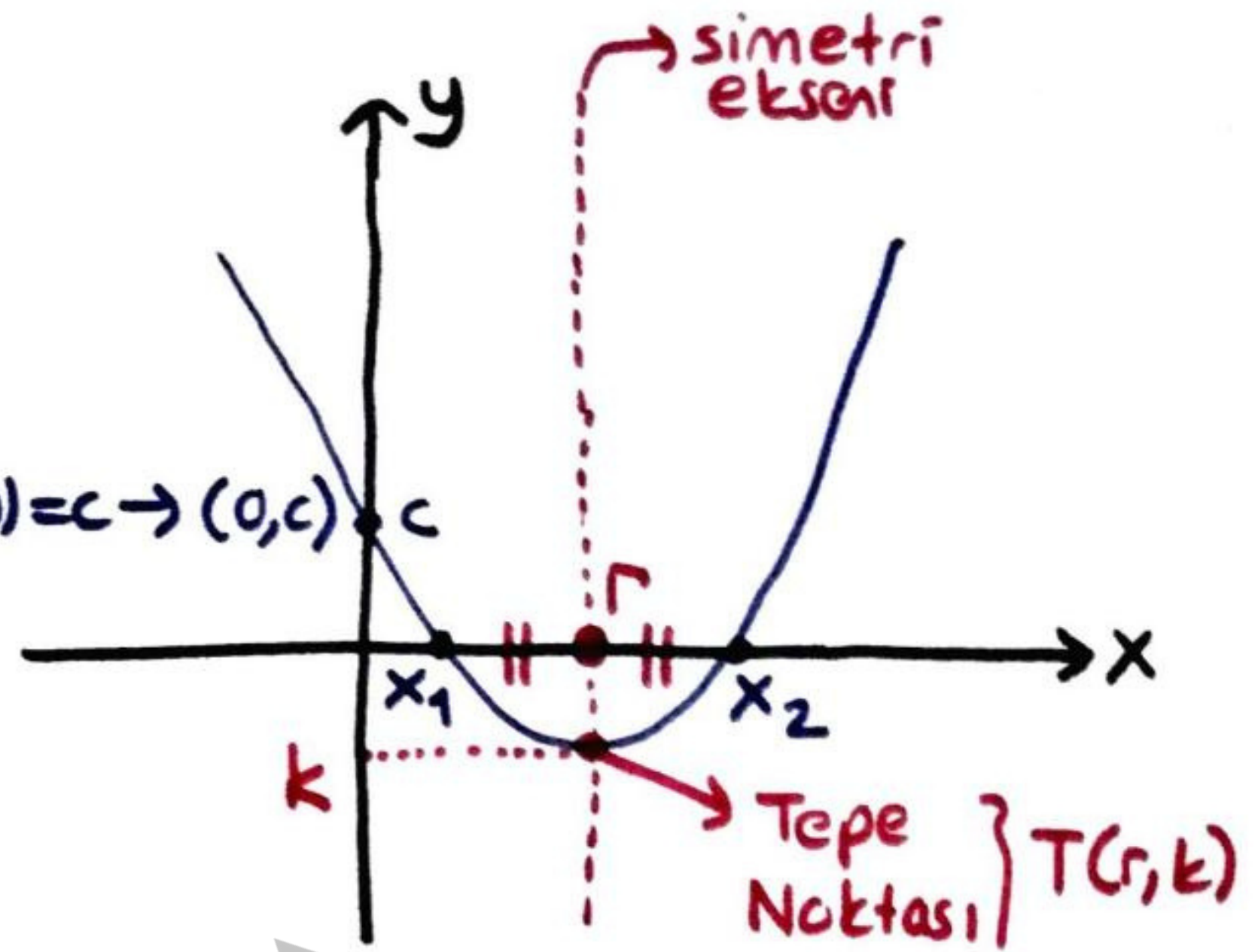
★ Parabolün, x eksenini kestiği noktanın ordinatı (y değeri) sıfırdır.

★★ $\rightarrow$

$$f(x_1) = 0$$

$$f(x_2) = 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$



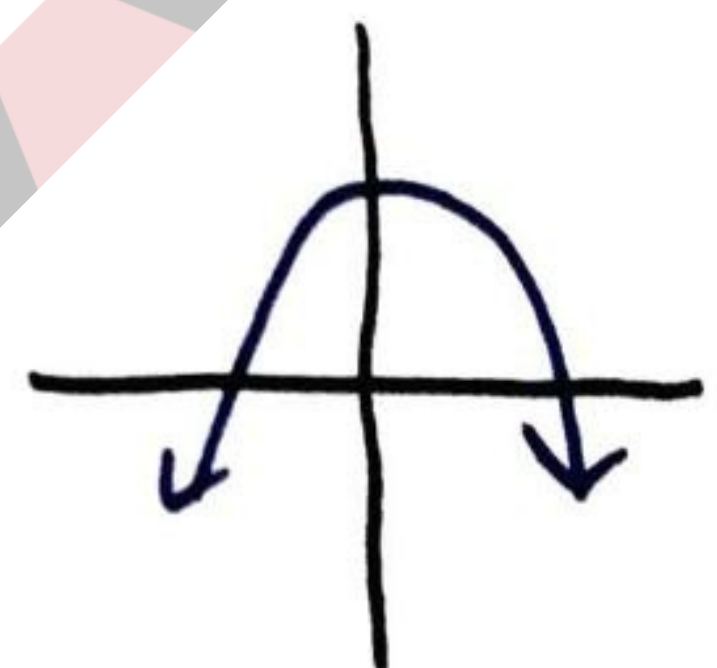
Kollar Yukarı

Kollar Aşağı



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a > 0$$



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a < 0$$

Örnek: $y = (2m-7)x^2 + 5x + c$

parabolünün kolları aşağı yönde olduğuna göre, m'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

Çözüm: Kollar aşağı ise $2m-7 < 0$

$$2m-7 < 0$$

$$2m < 7$$

$$m < \frac{7}{2}$$

$$\boxed{m = 3} //$$

Örnek: $f(x) = x^{m+3} + (n+1)x + m$
fonksiyonunun grafiği bir parabol
belirtmektedir. Bu fonksiyonun
grafiki $(-2, 3)$ noktasından
geçtiğine göre $n = ?$

Çözüm: Parabolün üzerindeki
noktalar denklemler sağlar.

↳ Parabol denk. oluşturalım!

$$\left. \begin{array}{l} m+3=2 \\ m=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow f(x) = x^2 + (n+1)x + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} (-2, 3) \\ x=-2 \\ y=3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 3 &= (-2)^2 + (n+1)(-2) + 1 \\ 3 &= 4 + (n+1)(-2) + 1 \\ 3 &= 4 - 2n - 2 + 1 \\ 3 &= 1 - 2n \rightarrow \boxed{n=-1} \end{aligned}$$

Örnek: $f(x) = 2x^2 - x + 3 - m$

Parabolü $(-1, 1)$ noktasından geçti-
ğine göre, parabolün y eksenini
kestiği noktayı bulunuz.

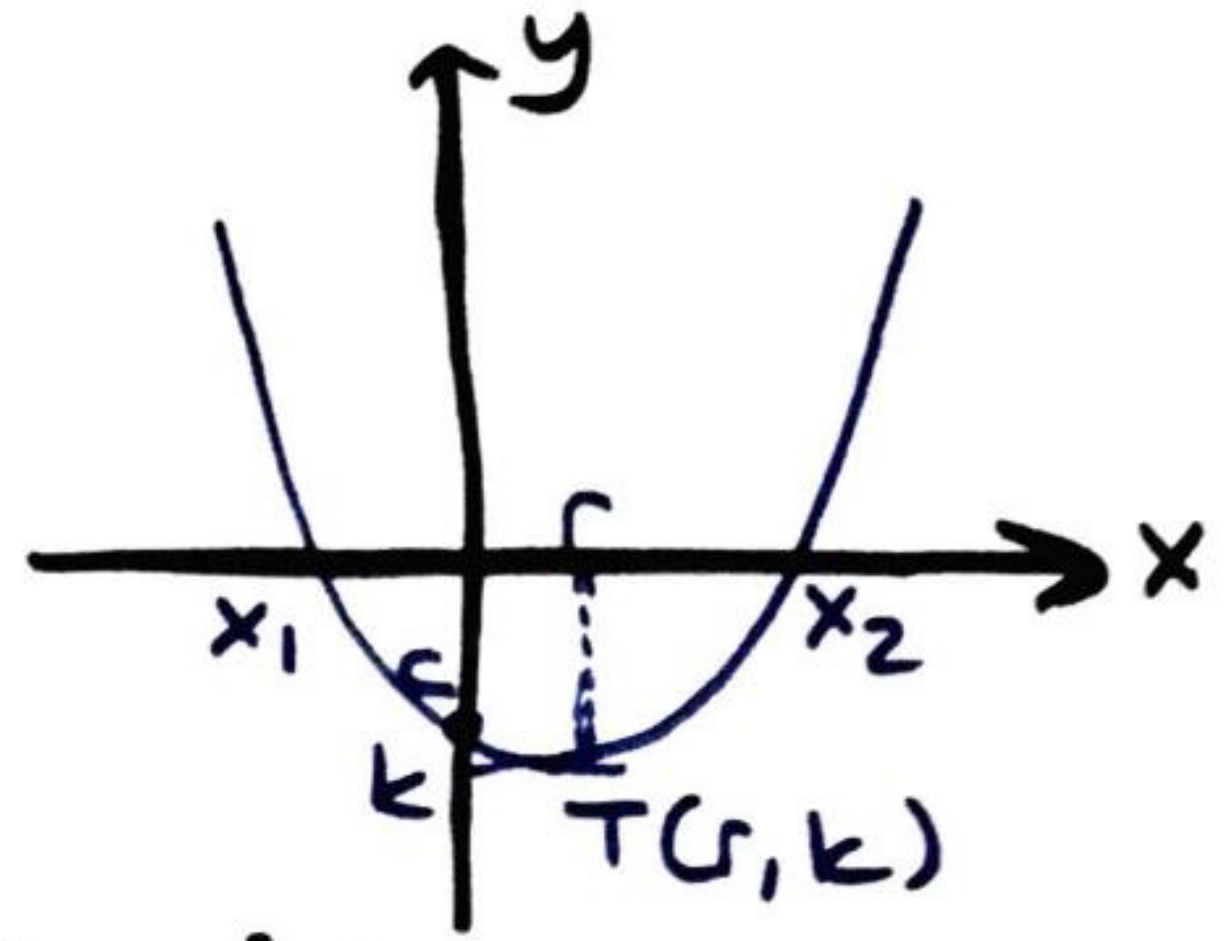
Çözüm: $f(x) = 2x^2 - x + 3 - m$

$$\begin{aligned} (-1, 1) &\rightarrow \begin{array}{l} x=-1 \\ y=1 \end{array} \\ 1 &= 2(-1)^2 - (-1) + 3 - m \\ 1 &= 2 + 1 + 3 - m \\ \boxed{m=5} \end{aligned}$$

$$f(x) = 2x^2 - x + 3 - \underline{5}$$

$$f(x) = 2x^2 - x - 2$$

$$f(0) = -2 \Rightarrow (0, -2) \checkmark$$



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

★ Parabolün simetri eksenini,

$$\boxed{x = r = -\frac{b}{2a}} \quad \left(\frac{\text{kökler toplamı}}{2} \right)$$

★ Parabolün tepe noktası; $T(r, k)$

$$\boxed{T(r, k) \rightarrow f(r) = k}$$

$$r = -\frac{b}{2a}$$

Örnek: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

parabolün simetri eksenini ve
tepe noktasını bulunuz.

$$\underline{\text{Çözüm!}} \quad r = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2, \quad \boxed{r=2}$$

$$f(r) = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$$

$$f(2) = -1$$

$$T(r, k) = \boxed{T(2, -1)}$$

→ $f(x) = a \cdot (x-r)^2 + k$
 $T(r, k) \rightarrow$ Tepe noktası

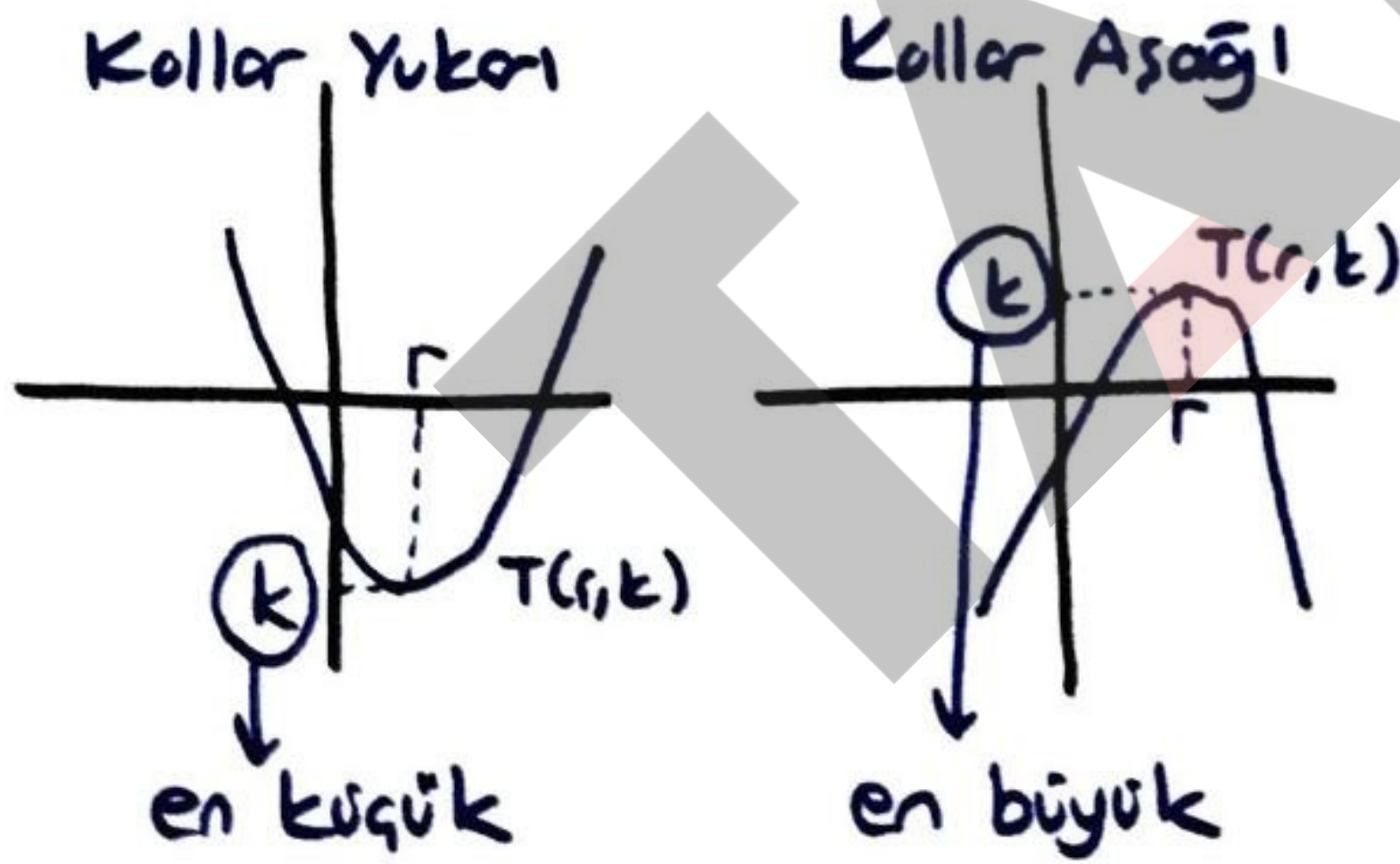
Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = (x-3)^2 - 4$
 tepe noktasını bulunuz.

Çözüm: $r=3$
 $k=-4 \rightarrow T(3, -4)$

→ $k = f(r)$
 Parabolde, en büyük ve en küçük değer; tepe noktasının y değeri (yani k) ile bulunur.

★ Kollar yukarı doğru ise en küçük değer bulunabilir.

★ Kollar aşağı doğru ise en büyük değer bulabiliriz.



Örnek: $f(x) = x^2 - 2x - 3$ fonk.unun minimum değerini bulunuz.

Çözüm: $a > 0 \rightarrow a=1$ kollar yukarı

$r = -\frac{b}{2a}$
 $r=1$
 $f(r) = k$
 $f(1) = 1 - 2 - 3 = -4$
 $f(1) = -4 = k$
 $k = -4$
 en küçük değer: -4

Örnek: $f(x) = (3m-1)x^2 - 4mx + 2$
 Fonksiyonunun grafiğinin tepe nok. apsisi 2 old. göre fonk.unun minimum değerini bulunuz.

Çözüm: $T(r, k) = T(2, k)$

$r=2 \rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{4m}{2 \cdot (3m-1)} = 2$

$\frac{2m}{2 \cdot (3m-1)} = 1 \rightarrow 2m = (3m-1) \cdot 2$

$2m = 6m - 2$

$2 = 4m \rightarrow m = \frac{1}{2}$

$f(x) = \left(\frac{3}{2} - 1\right)x^2 - 2x + 2$
 $= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

$f(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + 2$
 $= 2 - 4 + 2 = 0$

$f(2) = 0 \rightarrow T(2, 0)$
 $k = 0$

minimum değeri $\Rightarrow k = 0 //$

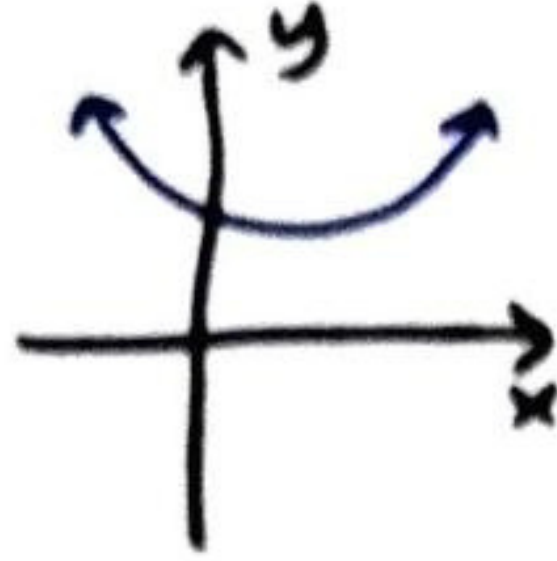
Grafik Çizimi

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

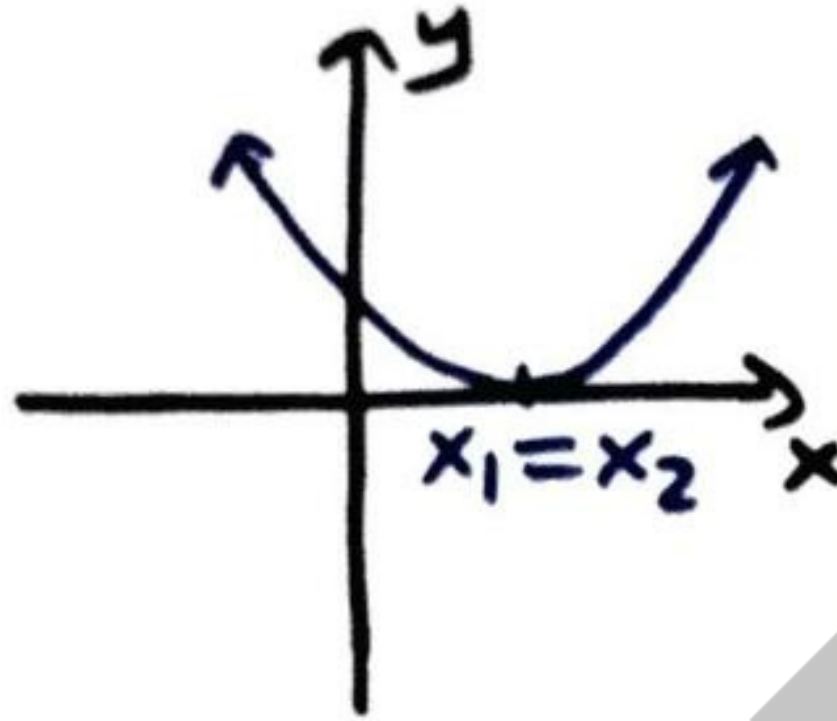
① $\Delta < 0$

- Reel kök yoktur.
- x eksenini kesmez.



② $\Delta = 0$

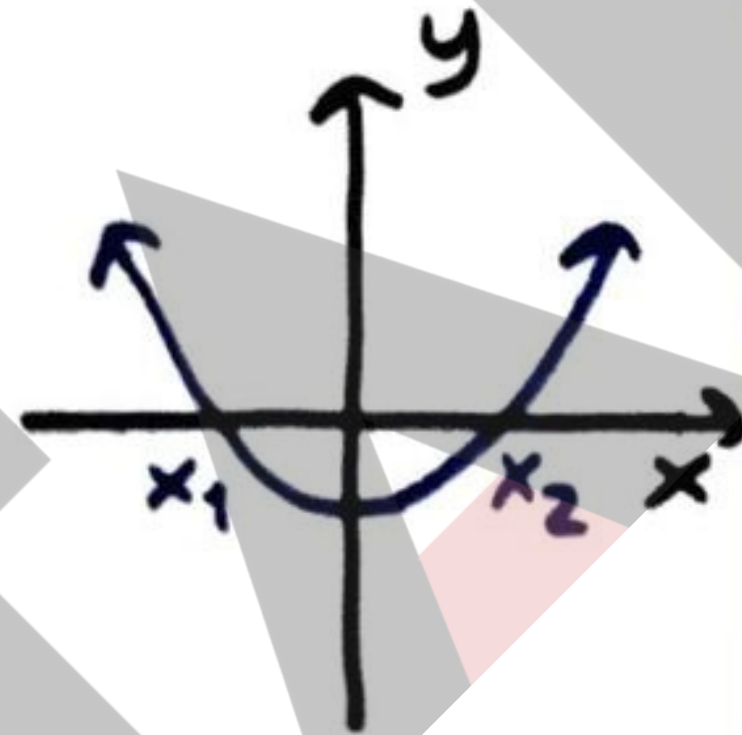
- Çakışık kök vardır. (Birbirine eşit iki kök)
 $x_1 = x_2$



- x eksenine teğettir.

③ $\Delta > 0$

- İki reel kök vardır. ($x_1 \neq x_2$)
- x eksenini farklı iki noktada keser.



Örnek: $f(x) = x^2 - 4x + m - 3$

parabolu x eksenini iki farklı noktada kesiyorsa, m'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri?

Çözüm:



$$\Delta = b^2 - 4ac > 0$$
$$= 16 - 4(m-3) > 0$$

$$\begin{cases} 16 > 4(m-3) \\ 4 > m-3 \\ 7 > m \end{cases}$$
$$\boxed{m=6} \checkmark$$

Örnek: $f(x) = 2x^2 - 5x + m - 3$

fonksiyonu, x ekseninin daima yukarısında old. göre, m'nin alabileceği en küçük tam sayı değeri = ?

Çözüm:

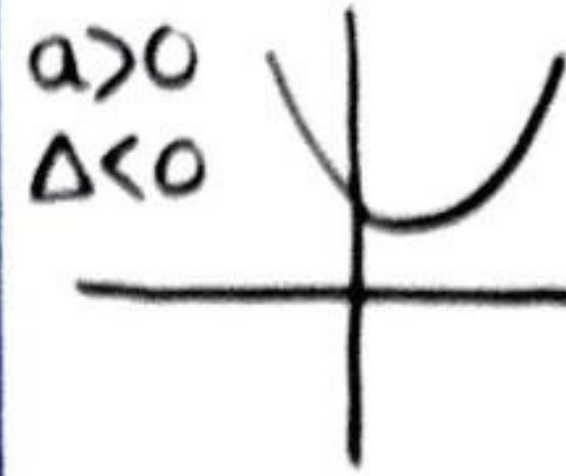
$$\Delta < 0$$

$$25 - 4 \cdot 2(m-3) < 0$$

$$25 - 8m + 24 < 0$$

$$49 < 8m$$

$$\frac{49}{8} < m \rightarrow \boxed{m=7}$$



Örnek: $f(x) = (3m-2)x^2 - 4x + 1$

fonksiyonu x eksenine teğet old. göre m = ?

Çözüm:



$$\Delta = 0$$

$$16 - 4 \cdot (3m-2) = 0$$

$$16 - 12m + 8 = 0$$

$$24 = 12m$$

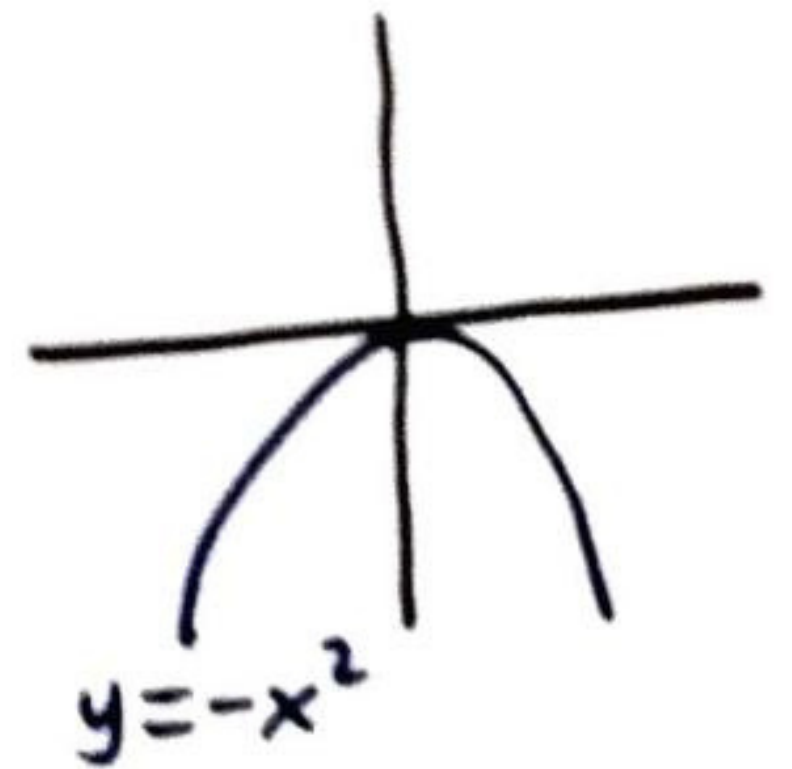
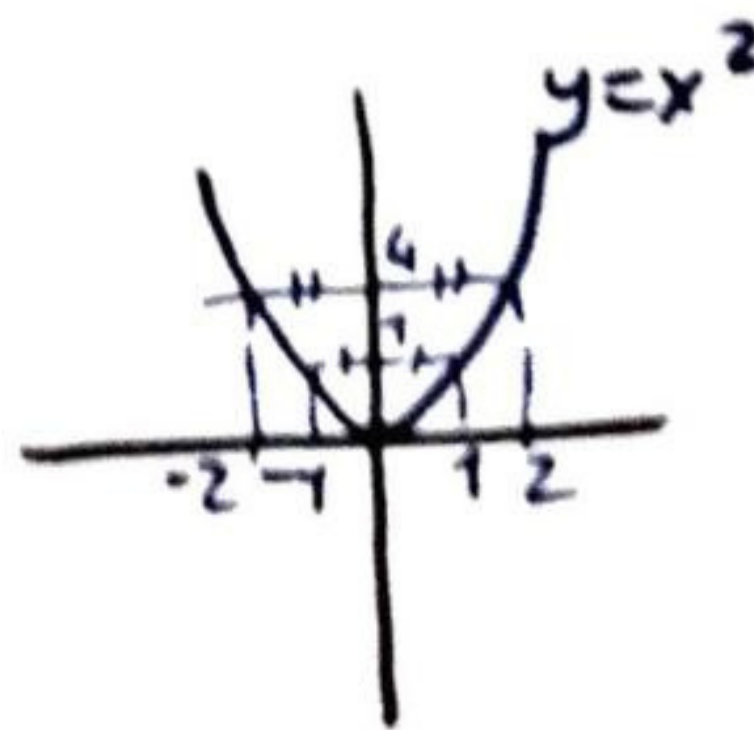
$$\boxed{m=2}$$

$$f(x) = x^2$$

$$\begin{cases} a=1 \\ c=0 \\ k=0 \end{cases} \Delta = 0$$

$$f(x) = -x^2$$

$$\begin{cases} a=-1 \\ c=0 \\ k=0 \end{cases} \Delta = 0$$



Grafik Çizmek için;

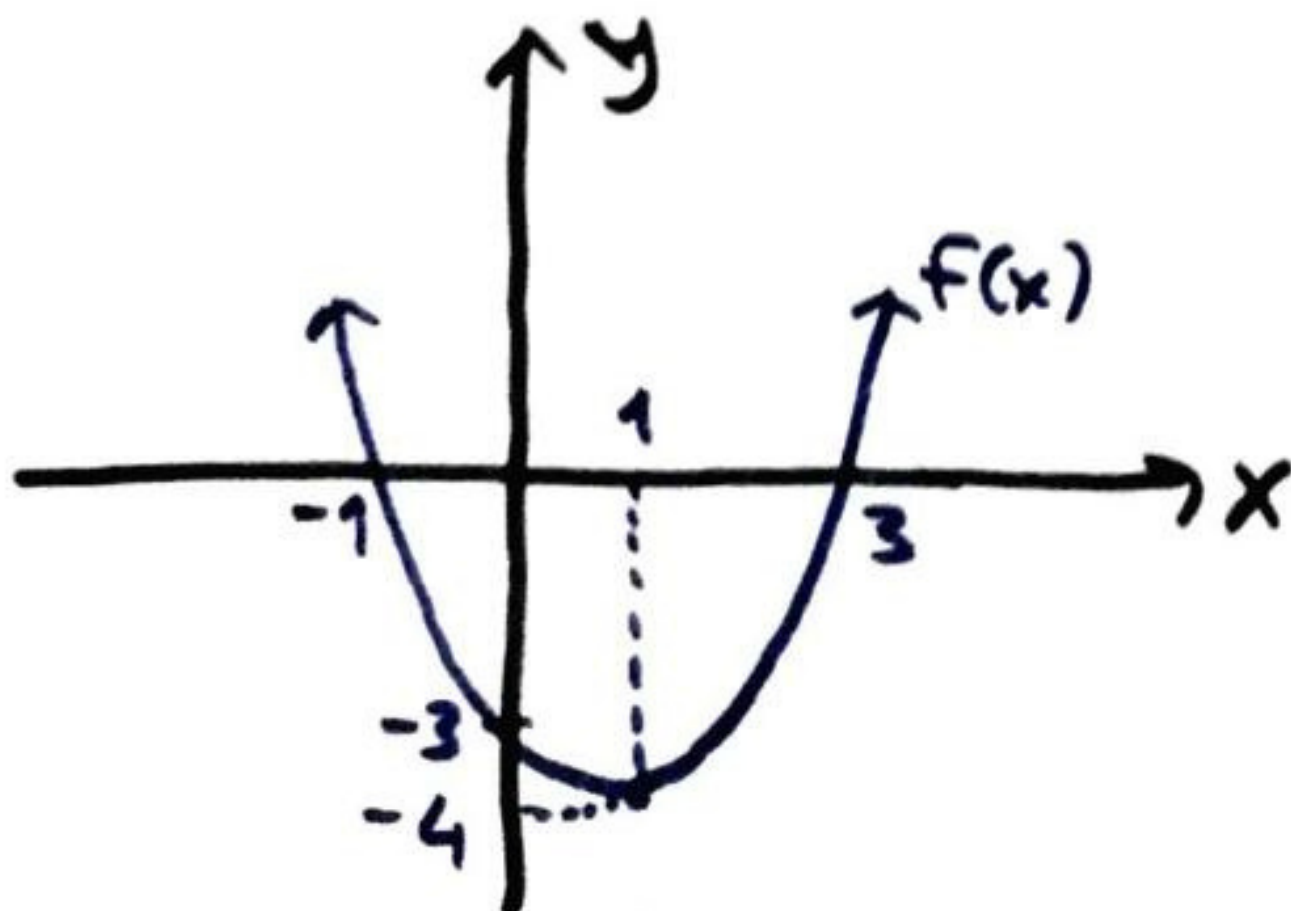
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

- 1) a'nın işaretini inceleyerek parabolün kollarının yönünü tespit ederiz.
- 2) $x=0$ değeri verilerek parabolün y eksenini kestiği nokta bulunur.
 $f(0) = c$
- 3) $y=0$ değeri verilerek fonksiyonun x eksenini kestiği noktalar bulunur.
- 4) $r = -\frac{b}{2a}$ ve $f(r) = k$ ile parabolün tepe noktası bulunur.

Örnek: $f(x) = x^2 - 2x - 3$ fonk. grafiğini çiziniz.

Çözüm: ① $a=1 > 0$ Kollar yukarı.

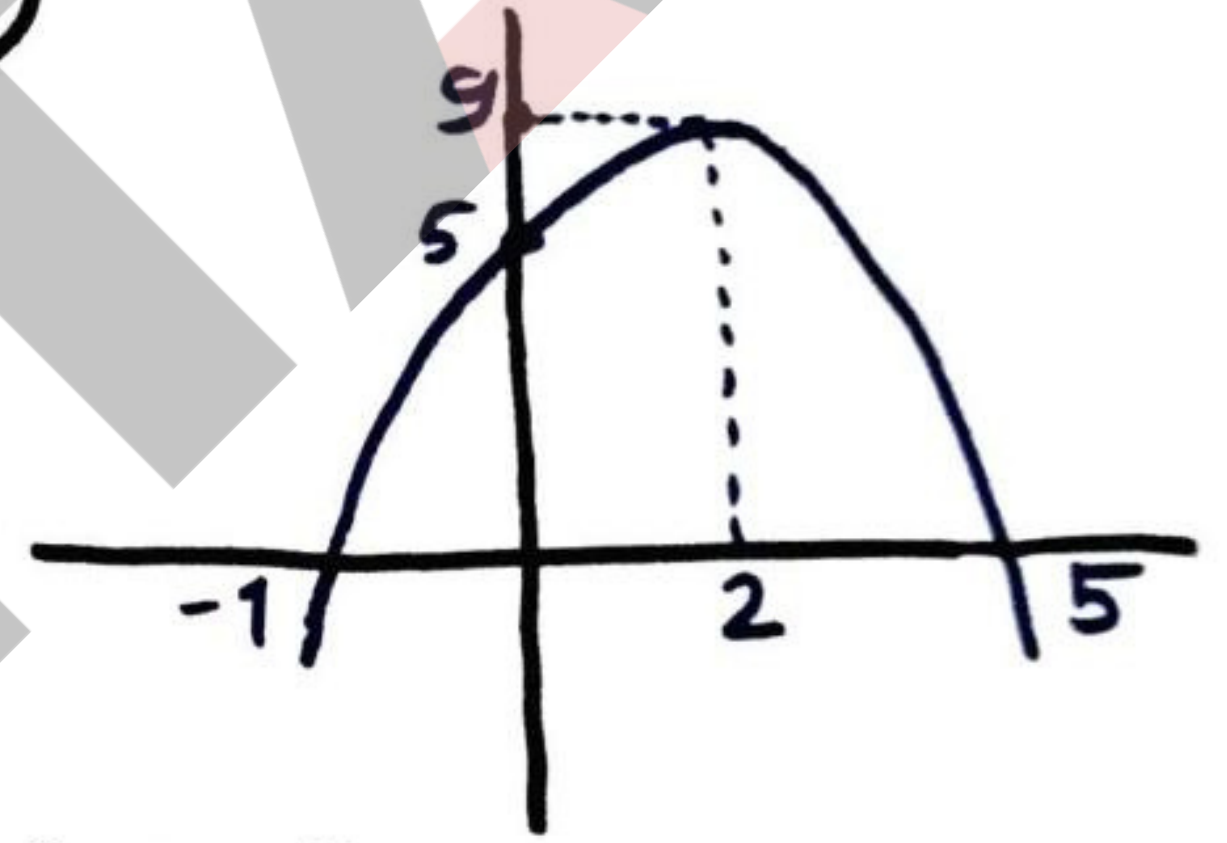
- ② $x=0$, $f(0) = -3 \rightarrow (0, -3)$
y ekseninde kestiği nokta
- ③ $y=0$, $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $\begin{array}{rcl} x & -3 & \rightarrow x=3 \rightarrow (3,0) \\ x & +1 & \rightarrow x=-1 \rightarrow (-1,0) \end{array}$
x eksenini kestiği noktalar
- ④ $T(r, k) \rightarrow r = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{r=1}$
 $f(1) = 1 - 2 - 3 = -4 \Rightarrow \boxed{k=-4}$
 $T(1, -4)$



Örnek: $f(x) = -x^2 + 4x + 5$ grafiğini çizelim.

Çözüm: ① $a = -1 < 0$, kollar aşağı

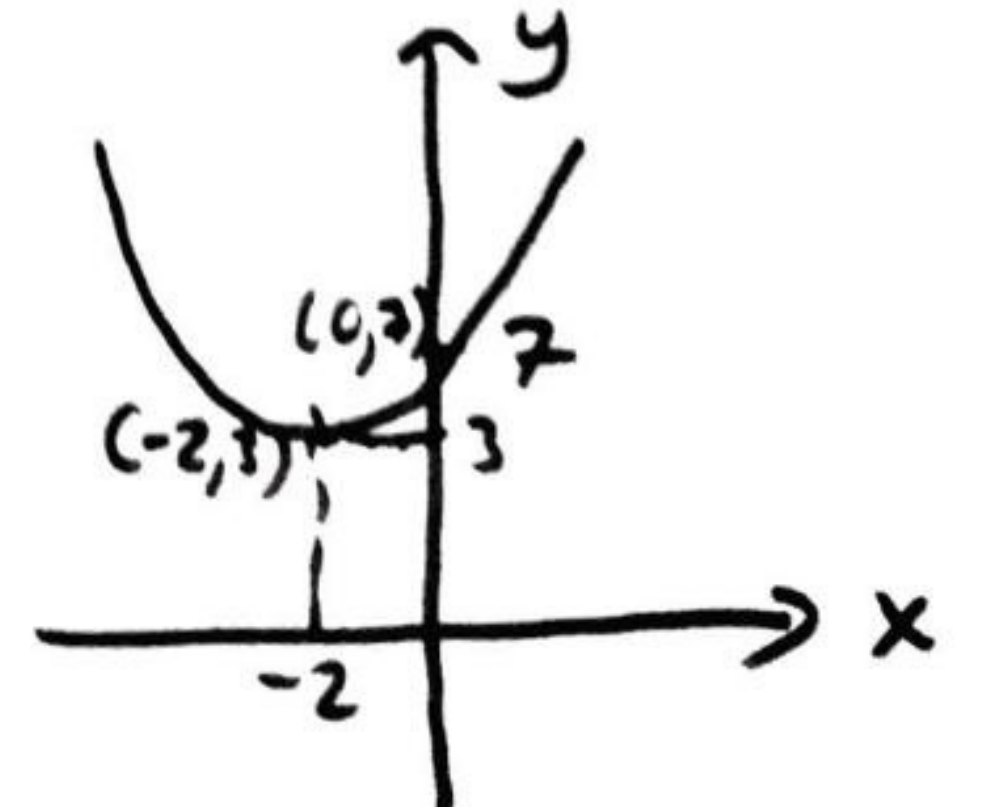
- ② x eksenini kestiği noktalar.
 $x=0$, $f(0) = 5$, $(0, 5)$
- ③ $y=0 \rightarrow -x^2 + 4x + 5 = 0$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $\begin{array}{rcl} x & -5 & \rightarrow x=5 \\ x & +1 & \rightarrow x=-1 \end{array}$
y eksenini kestiği noktalar; $(5, 0), (-1, 0)$
- ④ $T(r, k) \rightarrow r = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow \boxed{r=2}$
 $f(2) = -4 + 8 + 5 = 9 \Rightarrow \boxed{k=9}$
 $T(2, 9)$



Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = x^2 + 4x + 7$ grafiğini çiz.

- Çözüm: ① $a=1 > 0$
- ② $x=0$, $f(0) = 7$, $(0, 7)$
 - ③ $y=0$, $x^2 + 4x + 7 = 0$, $\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = -12$
 $\Delta < 0 \rightarrow$ kök yok
x eksenini kesmez.

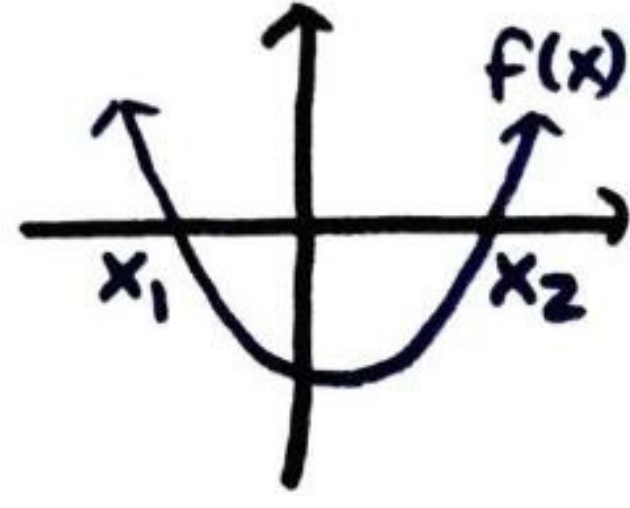
- ④ $T(r, k)$
 $r = -\frac{4}{2} = -2 \Rightarrow \boxed{r=-2}$
 $f(-2) = 4 - 8 + 7 = 3$
 $f(-2) = 3$
 $\boxed{k=3}$
 $T(-2, 3)$



Grafik Verilen Parabolün Denkleminin Yazılması

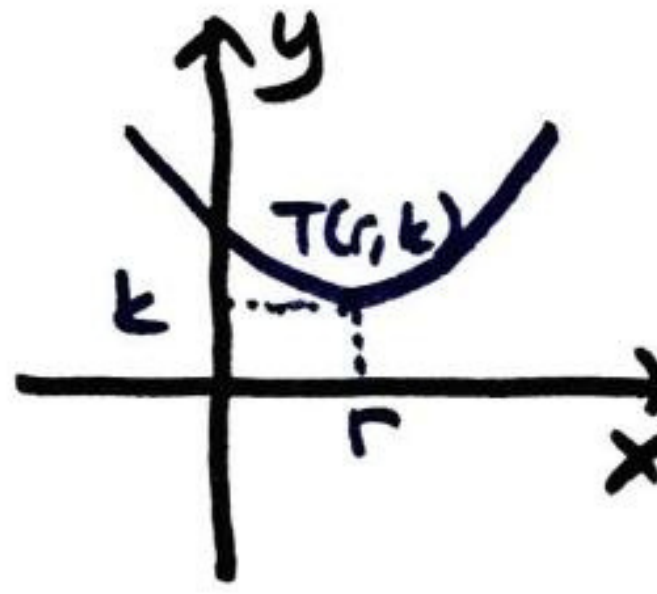
① x eksenini kestiği noktalar biliniyorsa :

x eksenini x_1 ve x_2 noktalarında kesen parabolün denklemi:
 $y = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$



② Parabolün tepe noktası biliniyorsa :

Tepe noktası $T(r, k)$ olan parabolün denklemi:
 $y = a \cdot (x - r)^2 + k$

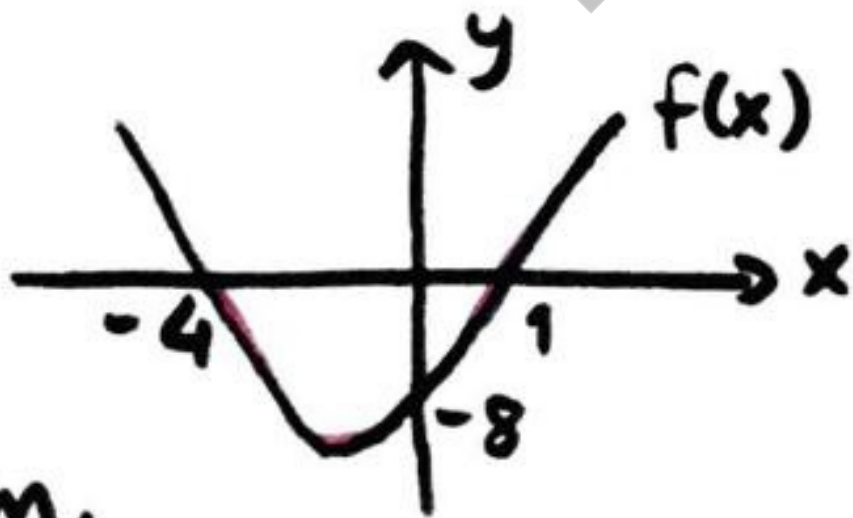


③ Grafik üzerinde üç nokta biliniyorsa :

En az üç nokta bilindiğinde bu değerler denklemlerde yazılarak 3 denklemler sistemi elde edilir. Bu sistem çözümlenerek parabol denklemini bulunur.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ bulunur.

Örnek:



Parabolün denklemini bulalım.

Çözüm: $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

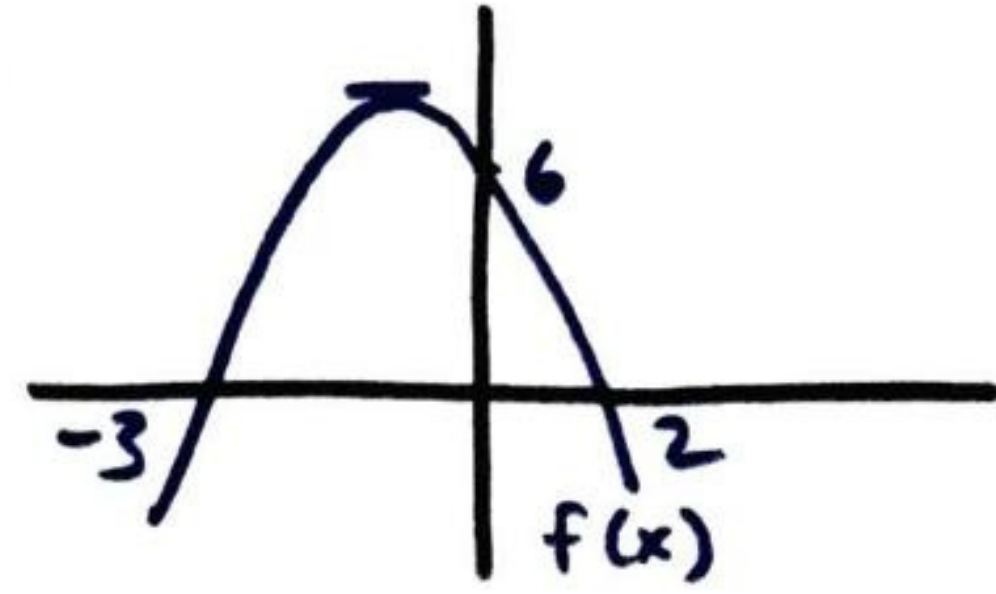
$$f(x) = a \cdot (x + 4) \cdot (x - 1)$$

$$f(0) = a \cdot 4 \cdot (-1) = -8 \rightarrow -4a = -8$$

$$a = 2$$

$$f(x) = 2 \cdot (x + 4) \cdot (x - 1)$$

Örnek:



Yukarıda, $f(x) = ax^2 + bx + c$ parabolünün denkleminin grafiği verilmiştir. $f(1) = ?$

Çözüm: $f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$

$$f(x) = a \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)$$

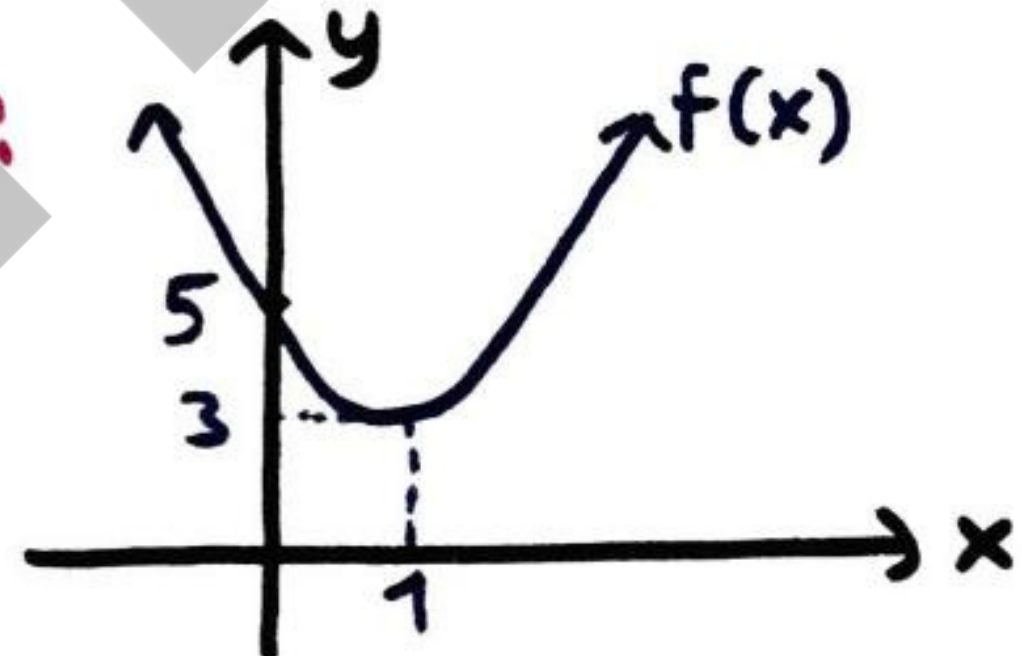
$$f(0) = a \cdot 3 \cdot (-2) = 6$$

$$-6a = 6 \rightarrow a = -1$$

$$f(x) = -1 \cdot (x + 3) \cdot (x - 2)$$

$$f(1) = -1 \cdot 4 \cdot (-1) = 4 \Rightarrow f(1) = 4$$

Örnek:



Parabolün denklemini bulunuz.

Çözüm: $f(x) = a \cdot (x - r)^2 + k$

$$f(x) = a \cdot (x - 1)^2 + 3, f(0) = 5$$

$$f(0) = a \cdot (-1)^2 + 3 = 5 \rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 \cdot (x - 1)^2 + 3$$

Örnek: $(0,3), (1,9), (-1,5)$

noktalarından geçen parabolün denklemini bulunuz.

Çözüm: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Tüm noktaları $f(x)$ fonk. u üzerinde deneyeceğiz.

$$(0,3) \rightarrow f(0) = 0 + 0 + c = 3$$

$$\boxed{c=3}$$

$$(1,9) \rightarrow f(1) = a + b + 3 = 9$$

$$\textcircled{1} \underline{a + b = 6}$$

$$(-1,5) \rightarrow f(-1) = a(-1)^2 + b(-1) + 3$$

$$= a - b + 3 = 5$$

$$\textcircled{2} \underline{a - b = 2}$$

$$a + b = 6$$

$$+ \quad a - b = 2$$

$$\hline 2a = 8 \rightarrow \boxed{a=4}$$

$$a + b = 6$$

$$\downarrow$$

$$4 + b = 6 \rightarrow \boxed{b=2}$$

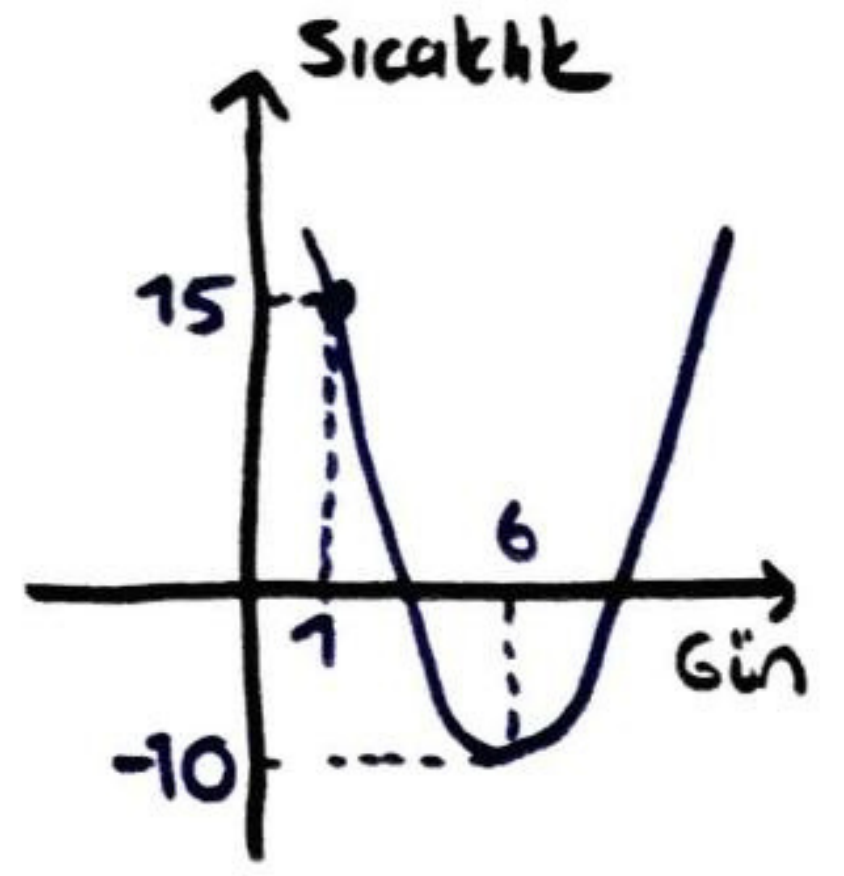
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\boxed{f(x) = 4x^2 + 2x + 3}$$

Örnek:

Yeni Nesil

Şekilde Bursa ili aralık ayı içerisinde belli bir zaman diliminde sıcaklık ölçülerinin grafiği



verilmiştir. Grafik bir parabol denklemini old. göre, aralık ayının 10. günü sıcaklık kaç °C'dir?

Çözüm: Tepe noktası bilindiği için bu denklemini kullanırım.

$$f(x) = a \cdot (x - r)^2 + k$$

$$f(x) = a \cdot (x - 6)^2 - 10$$

Parabolün üzerindeki $(1,15)$ nokt. denklemini sağlar.

$$f(1) = a \cdot (1 - 6)^2 - 10 = 15$$

$$25a - 10 = 15$$

$$25a = 25 \rightarrow \boxed{a=1}$$

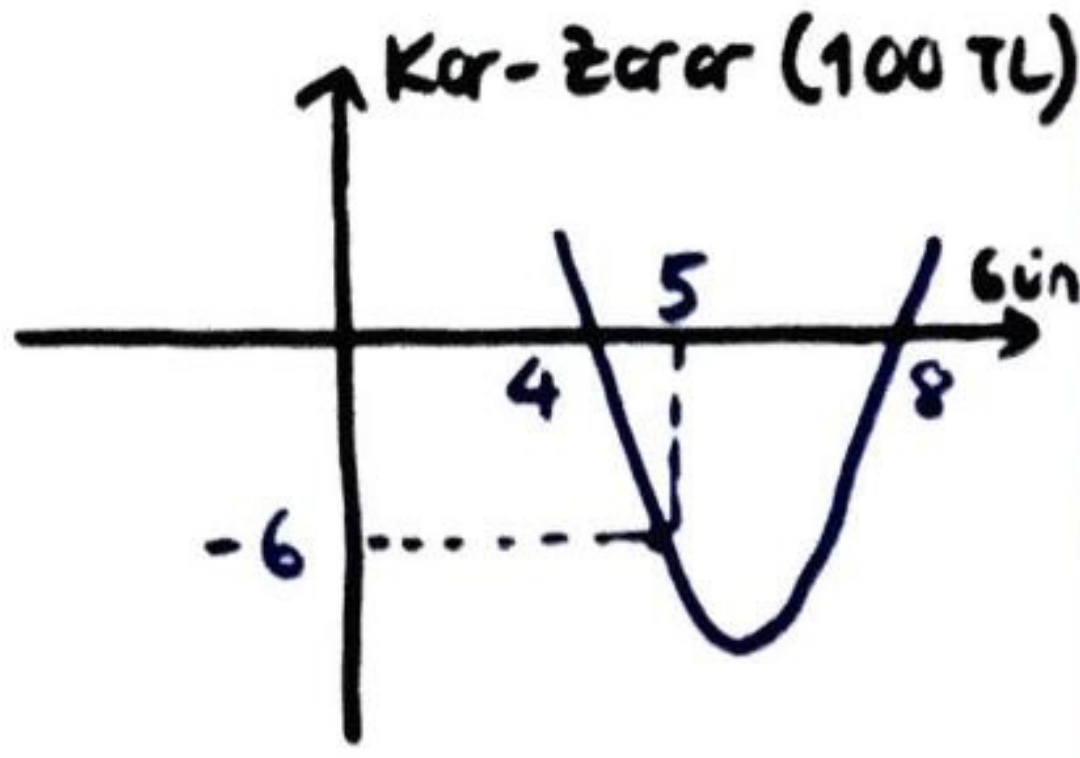
$$f(x) = 1 \cdot (x - 6)^2 - 10$$

$$x=10 \rightarrow f(10) = 1 \cdot (10 - 6)^2 - 10 \\ = 16 - 10$$

$$\boxed{f(10) = 6}$$

Örnek:

Yeni Nesil



Şekildeki parabol grafiğinde bir bakkalın kar zarar durumu verilmiştir. Bakkalın en çok zarar ettiği gün ve miktarı bulunuz.

Çözüm: x ekseninde kestiği noktalar bilindiğine göre;

$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ denklemini kullanırız.

$$f(x) = a \cdot (x - 4) \cdot (x - 8)$$

Parabol üzerinde (5; -6) noktası var.

$$f(5) = -6$$

$$f(5) = a \cdot (5 - 4) \cdot (5 - 8) = -6$$

$$a \cdot (-3) = -6 \rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 \cdot (x - 4) \cdot (x - 8)$$

Bana en çok zarar ettiği gün derken tepe noktasındaki "k" değerini soruyor. $T(r, k)$

$$r = \frac{\text{kökler top.}}{2} = \frac{4+8}{2} = 6 \rightarrow r = 6$$

$$f(r) = k, f(6) = 2 \cdot (6 - 4) \cdot (6 - 8) = 2 \cdot 2 \cdot (-2)$$

$$f(6) = -8 \quad T(6, -8)$$

$$-8 \cdot 100 \rightarrow -800 \text{ TL zarar.} \quad \checkmark$$

Bir Doğru ile Parabolün Durumu

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = mx + n$$

ortak çözüm yapılır.

$$\textcircled{1} \Delta > 0$$

- $ax^2 + bx + c = mx + n$
- Ortak çözüm denkleminin farklı iki reel kökü vardır.
- Doğru, parabolu iki farklı noktada keser.



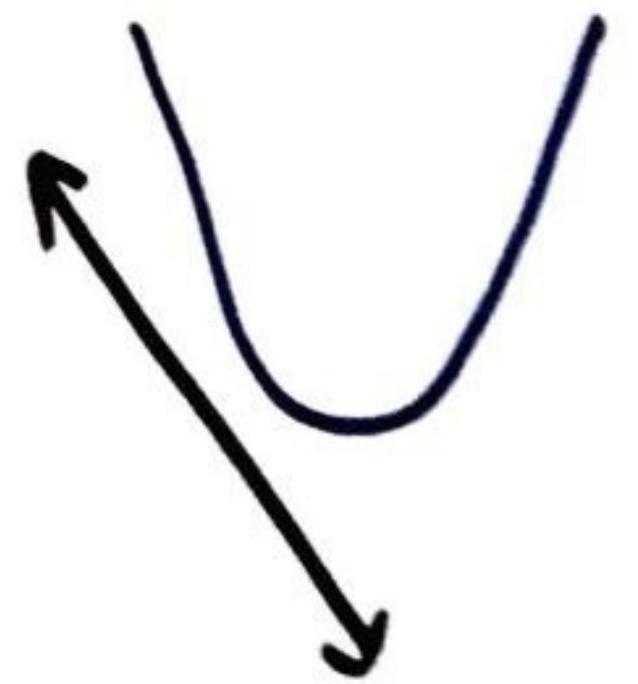
$$\textcircled{2} \Delta = 0$$

- $ax^2 + bx + c = mx + n$
- Ortak çözüm denkleminin eşit iki kökü vardır.
- Doğru ile parabolün ortak bir noktası vardır. (teğet)



$$\textcircled{3} \Delta < 0$$

- $ax^2 + bx + c = mx + n$
- Ortak çözüm denkleminin kökü YOKTUR.
- Parabol ile doğru KESİŞMEZ.



Örnek: $y = x^2 - 3x + 1$ parabolü ile $y = x - 2$ doğrusunun kesim nok.ının koordinatını bulunuz.

Çözüm: $x^2 - 3x + 1 = x - 2$
 $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $\begin{matrix} x & -3 & \rightarrow x = 3 \\ x & -1 & \rightarrow x = 1 \end{matrix}$
 $\Delta = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 12 > 0$
 $\Delta > 0 \checkmark$
 iki noktada kesişirler.

Bulduğunuz kökleri istediğiniz denklemde yerine yaz! (doğru denklemi daha kolay)

$y = x - 2$ 'de yazalım.

$x = 1$ ise $y = -1 \rightarrow (1, -1)$

$x = 3$ ise $y = 1 \rightarrow (3, 1)$

Örnek: $f(x) = x^2 - 3x + m + 4$ parabolü ile $y = -x + 3$ doğrusu teğettir. m değerini ve teğet noktasını bulalım.

Çözüm: $x^2 - 3x + m + 4 = -x + 3$
 $x^2 - 2x + m + 1 = 0 \rightarrow$ teğet dediği için $\Delta = 0$

$\Delta = 0$ ise $4 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 1) = 0$

$4 - 4 - 4m = 0 \rightarrow -4m = 0$

$m = 0$

$m = 0$ koyalım.

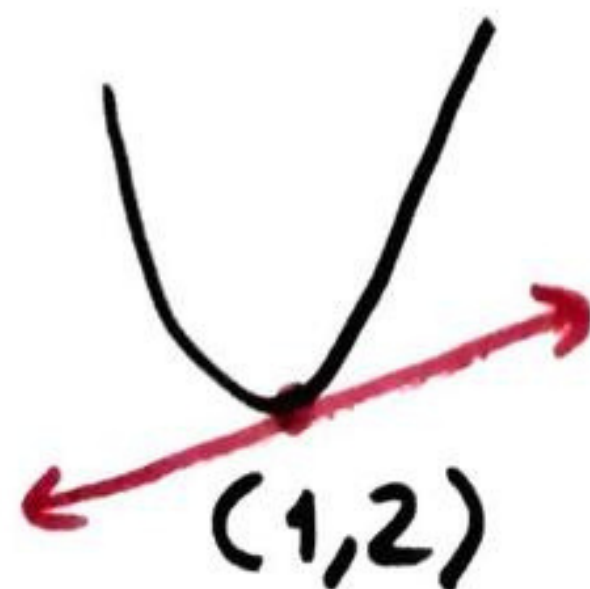
$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x - 1)^2 = 0$

$x = 1$

$y = -x + 3$

$x = 1$ ise $y = 2$



Örnek: $y = 2mx^2 - x + 1$ parabolü ile $y = 3x - 1$ doğrusu kesişmediğine göre m 'nin değer aralığını bulunuz.

Çözüm: $2mx^2 - x + 1 = 3x - 1$

$2mx^2 - 4x + 2 = 0$

$mx^2 - 2x + 1 = 0$

Kesişmediğine göre $\Delta < 0$

$4 - 4 \cdot m \cdot 1 < 0$

$4 < 4m \rightarrow 1 < m$

$(1, \infty)$

Örnek: $y = x^2 - 2x + m$ parabolü ile $y = x + 1$ doğrusu farklı iki noktada kesiştiğine göre m 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri = ?

Çözüm: $\Delta > 0$

$x^2 - 2x + m = x + 1$

$x^2 - 3x + m - 1 = 0$

$\Delta > 0$

$9 - 4 \cdot 1 \cdot (m - 1) > 0$

$9 - 4m + 4 > 0$

$13 > 4m$

$\frac{13}{4} > m$

$m = 3$

Örnek: $y=2x-3$ doğrusu ile $y=-x^2+4x+5$ parabolü A ve B noktalarında kesişiyor.

A ve B noktalarının ordinatları toplamı = ?

Çözüm:  $\Delta > 0$

$$2x-3 = -x^2+4x+5$$

$$x^2-2x-8=0$$

$$\begin{array}{l} x \quad -4 \rightarrow x=4 \\ x \quad +2 \rightarrow x=-2 \end{array}$$

$$y=2x-3$$

$$x=4 \text{ ise } y=5 \rightarrow B=(4,5)$$

$$x=-2 \text{ ise } y=-7 \rightarrow A=(-2,-7)$$

Örnek:

Şekildeki A ve B

noktaları

parabol ile doğrunun kesim noktalarıdır.

$|AC|=|CB|$ olduğuna göre, C noktasının apsisi kaçtır?

Çözüm: $A=(x_1, y_1)$ ve $B=(x_2, y_2)$

ise orta nokta (C)

$$C = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2} \right)$$

$$y=x^2-5x+k$$

$$y=x+7$$

$$x^2-5x+k=x+7$$

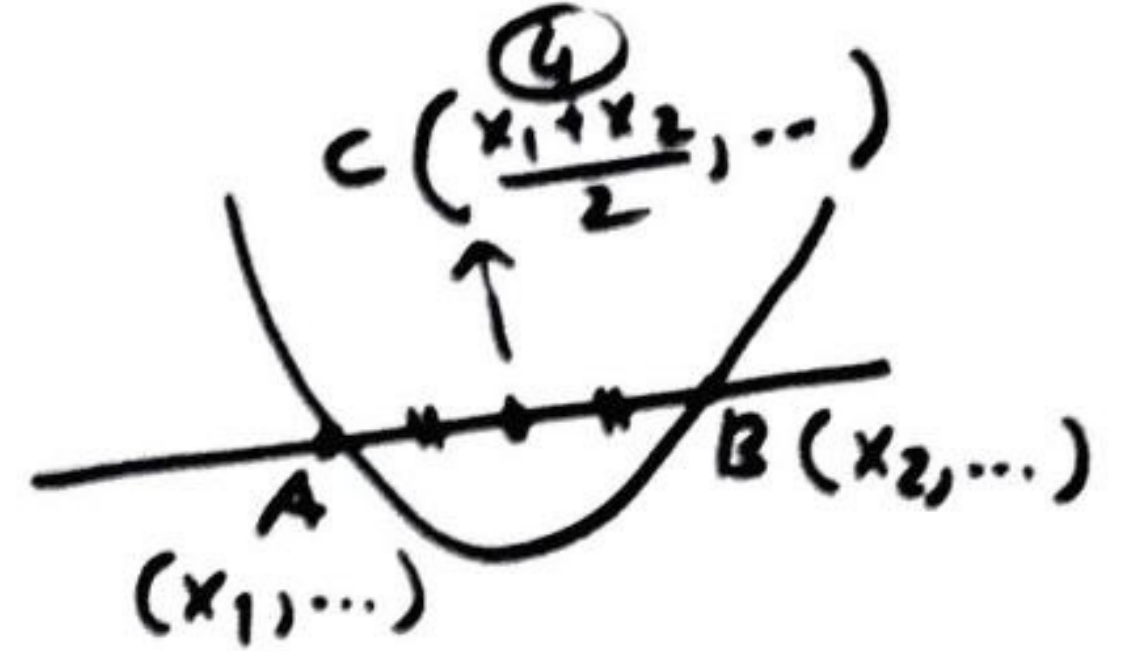
$$x^2-6x+k-7=0$$

$$\hookrightarrow x_1+x_2 = \frac{6}{1} = 6$$

$$\boxed{x_1+x_2=6}$$

Örnek: $y=x^2-x-2$ parabolü ile $y=mx-2$ doğrusunun kesim noktaları A ve B'dir. $[AB]$ 'nin orta noktasının apsisi 4 ise $m=?$

Çözüm:



$$\frac{x_1+x_2}{2} = 4 \rightarrow x_1+x_2 = 8$$

$$x^2-x-2 = mx-2$$

$$x^2-x-mx=0$$

$$x^2+x(-1-m)=0$$

$\hookrightarrow$ kökler x_1 ve x_2

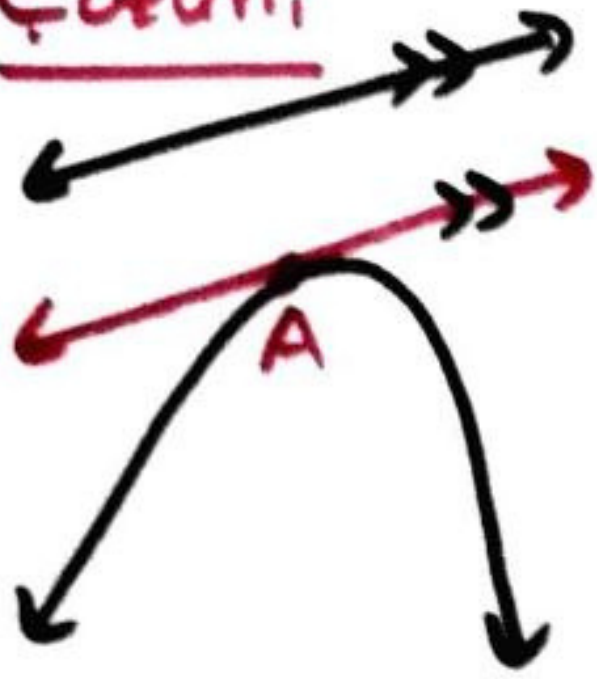
$$x_1+x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$8 = \frac{1+m}{1} \rightarrow 8 = 1+m$$

$$\boxed{m=7}$$

Örnek: $y = -x^2 + 3x$ parabolünün $y = x + 2$ doğrusuna en yakın noktasının koordinatlarını bulunuz.

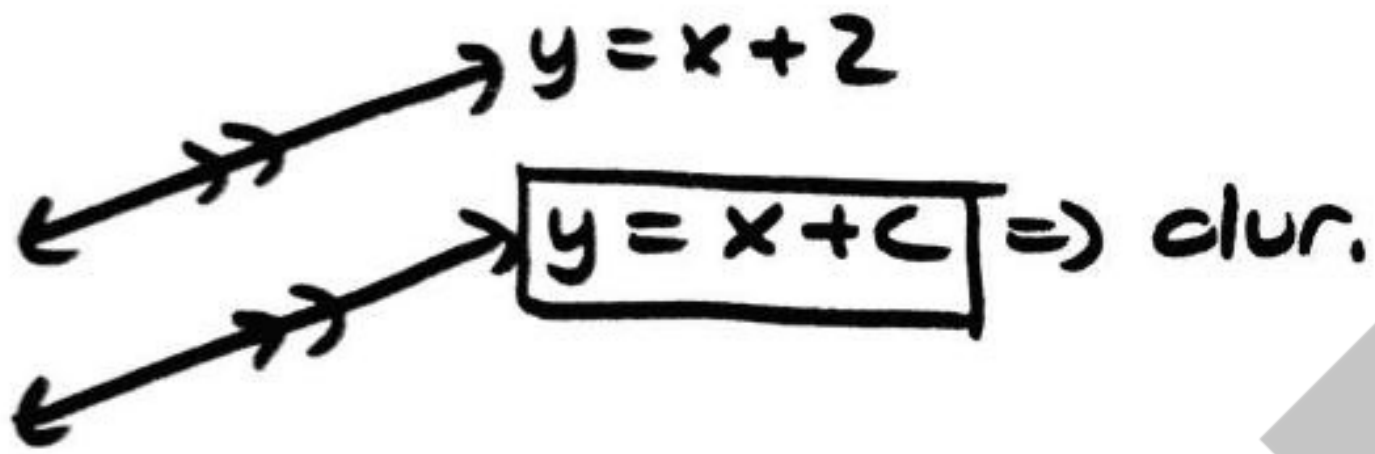
Çözüm:



Doğru ve parabol birbirini kesmiyor.

En yakın noktası A noktası olsun.

A noktasından geçen $y = x + 2$ doğrunuza, ~~bir~~ paralel, bir doğru çizelim. Paralel doğruların eğimleri EŞİTTİR



O zaman yeni doğru ile parabolü tek noktada kesiştirdim. (Yeni teğet olduk)

Ortak çözüm yaptım.

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 3x \\ y &= x + c \end{aligned} \quad \begin{aligned} -x^2 + 3x &= x + c \\ 0 &= x^2 + x - 3x + c \end{aligned}$$

$$x^2 - 2x + c = 0, \text{ teğet dd için } \Delta = 0 \text{ olur.}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c = 0$$

$$= 4 - 4c = 0$$

$$4 = 4c$$

$$\boxed{c = 1}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$\boxed{x = 1}$$

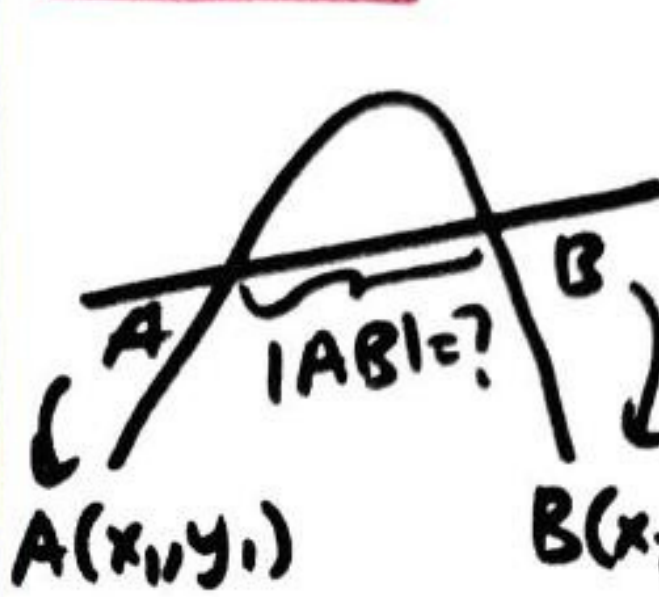
$$y = x + 1$$

$$x = 1 \rightarrow y = 2$$

$$\boxed{A(1, 2)}$$

Örnek: $y = 2x - 3$ doğrusu ile $y = -x^2 + 4x + 5$ parabolü A ve B noktalarında kesişiyor. Bu iki nokta arasındaki uzaklığın kaç birim old. bulunuz.

Çözüm:



$$2x - 3 = -x^2 + 4x + 5$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$\begin{array}{r} x & -4 \\ x & +2 \\ \hline \end{array}$$

$$(x-4) \cdot (x+2) = 0$$

$$x = 4, x = -2$$

$$y = 2x - 3$$

$$x = 4 \rightarrow y = 5 \rightarrow B(4, 5)$$

$$x = -2 \rightarrow y = -7 \rightarrow A(-2, -7)$$

$$|AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

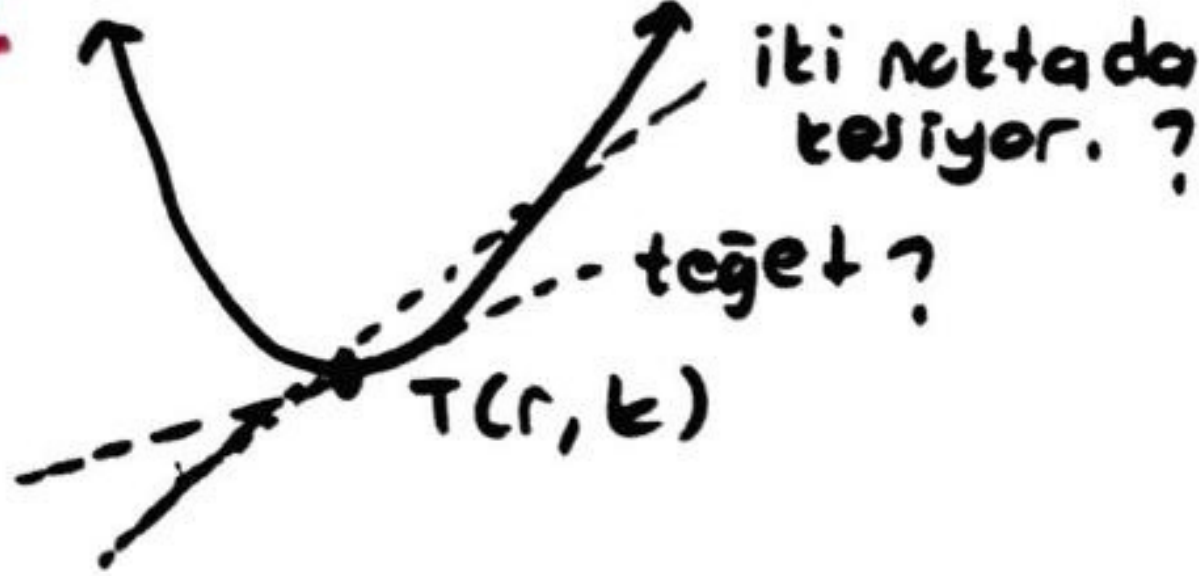
$$= \sqrt{[(4 - (-2))]^2 + [5 - (-7)]^2}$$

$$= \sqrt{36 + 144} = \sqrt{180}$$

$$\boxed{|AB| = 6\sqrt{5}}$$

Örnek: $y = x^2 - 2mx + m + 1$ parabolünün tepe noktası, $y = 2x - 5$ doğrusu üzerinde old. göre m 'nin pozitif değerini bulunuz.

Çözüm:



Tepe noktasını bulalım. $T(r, k)$ hem parabolü hem de doğrusu sağlar.

$$y = x^2 - 2mx + m + 1$$

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{2m}{2} \Rightarrow \boxed{r = m}$$

$f(r) = k$ eşitliğini biliyoruz.

$$f(m) = m^2 - 2m \cdot m + m + 1$$

$$m^2 - 2m^2 + m + 1 = k$$

$$\boxed{k = -m^2 + m + 1} \star$$

↳ Tepe noktası $(T(r, k))$ doğru denkleminde sağlar.

$$f(x) = 2x - 5$$

$$f(m) = \boxed{2m - 5 = k} \star$$

$$-m^2 + m + 1 = 2m - 5$$

$$m^2 + m - 6 = 0$$

$$\begin{matrix} m & +3 & \rightarrow m = -3 \\ m & -2 & \rightarrow \end{matrix}$$

$$\boxed{m = 2} \checkmark$$

Örnek: İki gerçel sayının toplamı 6 olduğuna göre, çarpımları en çok kaçtır?

Çözüm:

$$x + y = 6 \text{ ise } x \cdot y_{\max} = ?$$

$$y = 6 - x \rightarrow x \cdot (6 - x)$$

$$\hookrightarrow f(x) = x \cdot (6 - x)$$

$$f(x) = -x^2 + 6x \text{ (Parabel denklemini)}$$



$$f(x) = -x^2 + 6x$$

$$r = \frac{-b}{-2} \rightarrow \boxed{r = 3}$$

$$f(r) = k \rightarrow f(3) = -3^2 + 6 \cdot 3$$

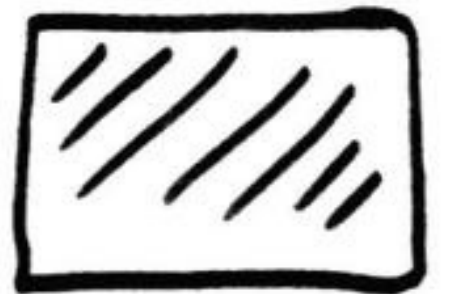
$$= -9 + 18$$

$$f(3) = 9$$

$$\boxed{k = 9} \checkmark$$

Örnek: Şekildeki çevresi 24m olan dikdörtgen biçiminde bir bahçe verilmiştir.

Bahçe



Buna göre bahçenin alanının en büyük değeri kaç m^2 'dir?

Çözüm: $2x + 2y = 24$

$$x + y = 12 \quad \left. \begin{matrix} x \cdot y = x \cdot (12 - x) \\ f(x) = -x^2 + 12x \end{matrix} \right\}$$

$$y = 12 - x$$

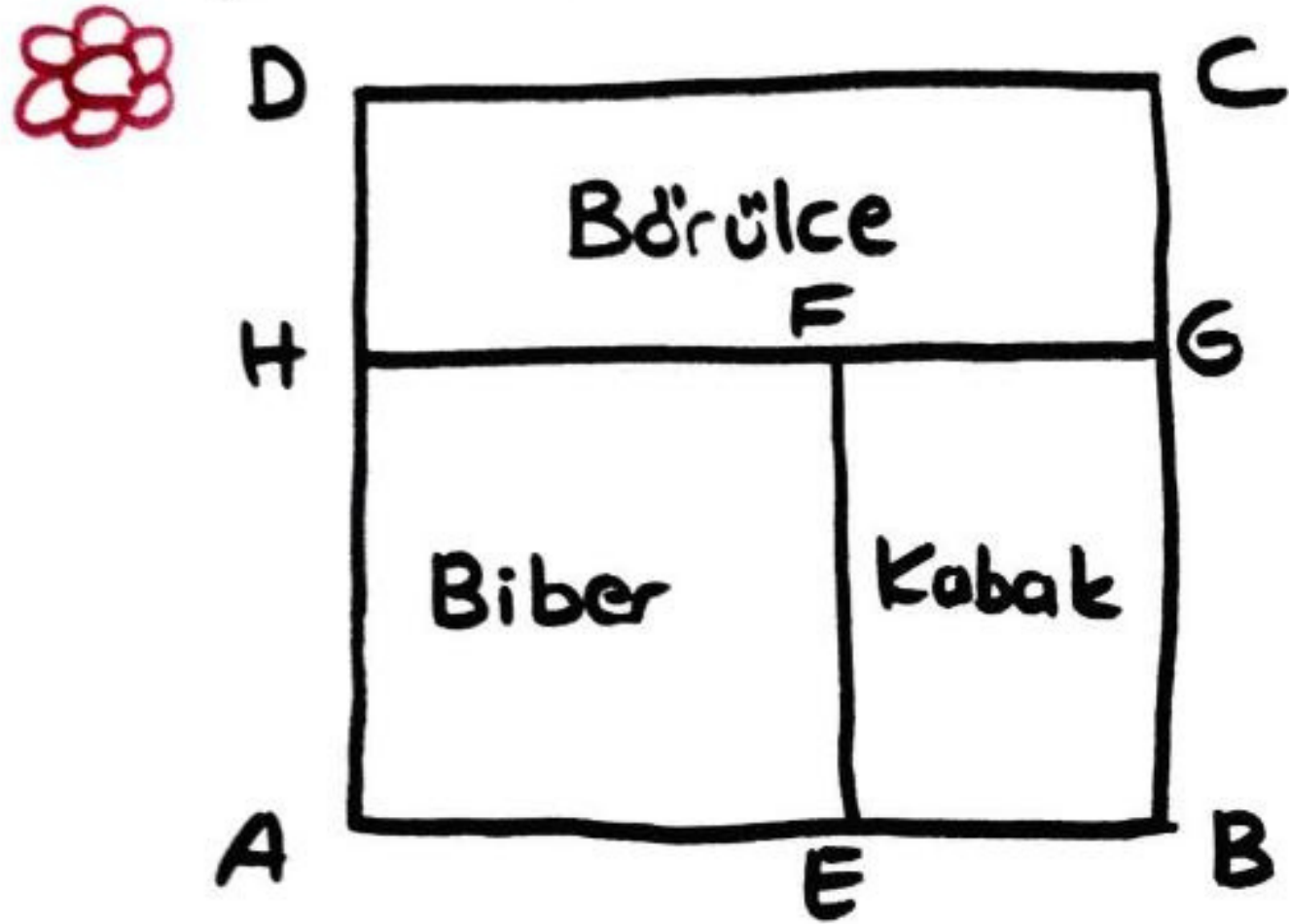
$$T(r, k) \rightarrow r = \frac{-12}{-2} \rightarrow \boxed{r = 6}$$

$$f(6) = -6^2 + 12 \cdot 6$$

$$= -36 + 72$$

$$f(6) = 36 \rightarrow \boxed{k = 36} \checkmark$$

Örnek: Ali Bey alanı 36 m^2 olan ABCD şeklindeki bahçesine biber, kabak ve bürülce ekmek istiyor. Bunun için bahçesini sekilindeki gibi üç dikdörtgenel bölgeye ayırıyor.
 $|BG| = 3 \cdot |EB|$ olduğuna göre biber ekmek için ayırdığı alan en çok kaç metre karedir?



Çözüm:



$$\begin{aligned} \text{Biber Alan} &= 3x \cdot (6-x) \\ f(x) &= 3x \cdot (6-x) \\ f(x) &= -3x^2 + 18x \rightarrow r = \frac{-b}{2a} \\ r &= \frac{-18}{-6} \rightarrow \boxed{r=3} \end{aligned}$$

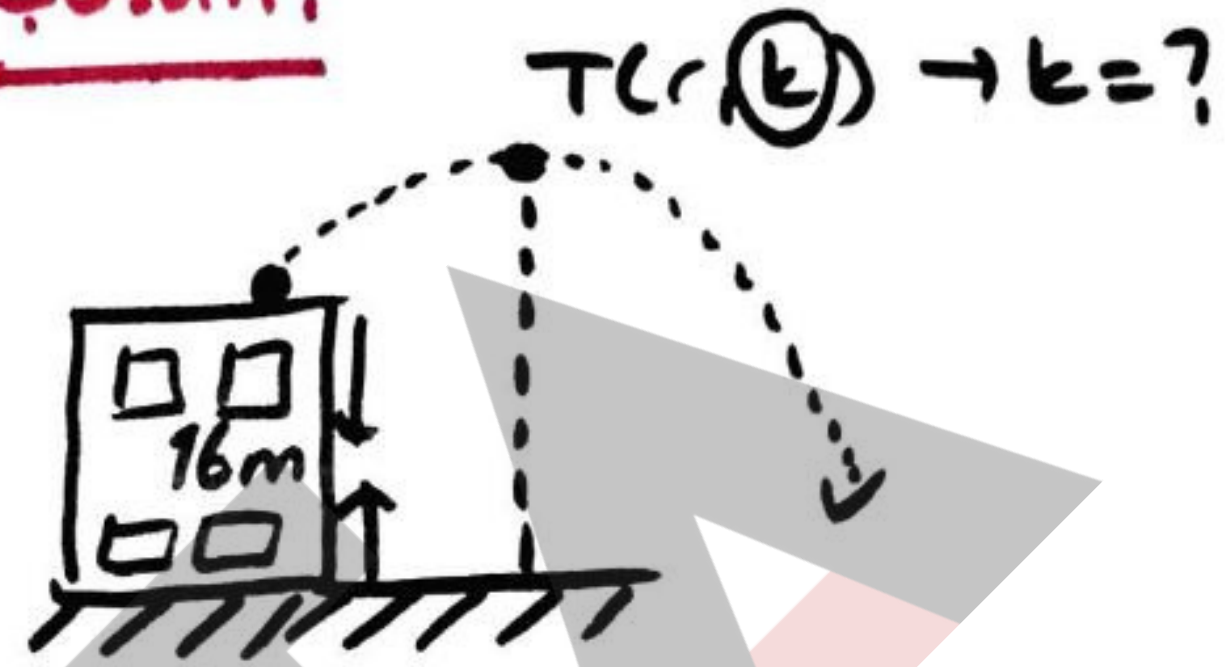
$$f(3) = 9 \cdot 3$$

$$f(3) = 27$$

$$\boxed{k=27} \checkmark$$

Örnek: 16m yükseklikte bir binanın tepesinden yukarı doğru fırlatılan bir taşın t saniye sonunda yüksekliğini veren denklem, $h(t) = 16 + 8t - 2t^2$ biçiminde modelleniyor.
 Buna göre taşın ulaşabileceği maksimum yükseklik kaç metredir?

Çözüm:



$$\begin{aligned} f(x) &= 16 + 8x - 2x^2 \\ f(x) &= -2x^2 + 8x + 16 \end{aligned}$$

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-4} \rightarrow \boxed{r=2}$$

$$f(r) = k \rightarrow ?$$

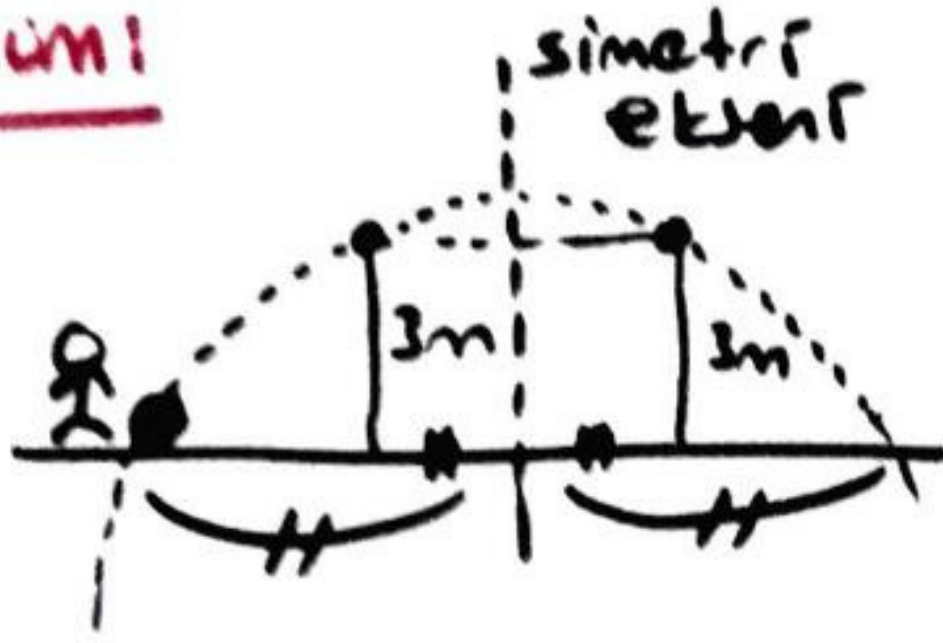
$$\begin{aligned} f(2) &= 16 + 8 \cdot 2 - 2 \cdot 2^2 \\ &= 32 - 8 \end{aligned}$$

$$\boxed{f(2)=24} \rightarrow \boxed{k=24} \checkmark$$

Örnek: Hamdi'nin kale atışı ile oyunu başlattığı topun yerden yüksekliğinin zamanla bağlı fonk. u $f(x) = -x^2 + 4x$ biçimindedir.

Buna göre topun yerden yüksekliği hangi saniyelerde 3m olur.

Çözüm:



Yükseklik = 3

$$-x^2 + 4x = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

x	-3	→	$x=3$
x	-1	→	$x=1$

$$x=3 \rightarrow f(3) = -3^2 + 4 \cdot 3$$

$$\boxed{f(3) = 3m}$$

$$x=1 \rightarrow f(1) = -1^2 + 4 \cdot 1$$

$$\boxed{f(1) = 3m}$$

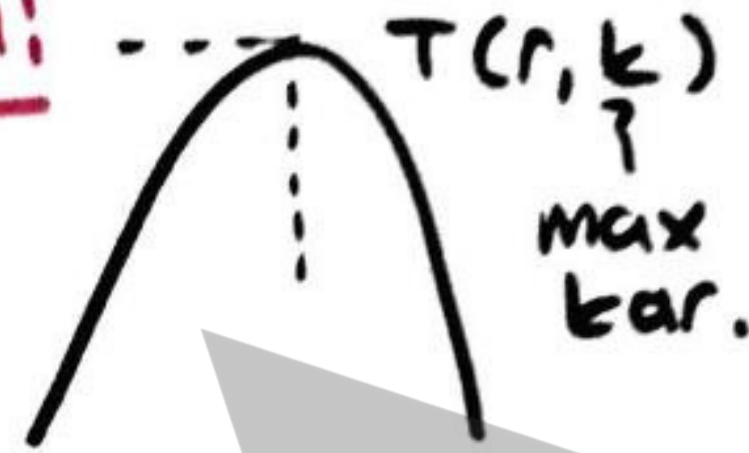
1. yada 3. saniye de 3m yüksekliktedir.

Örnek: x günlük satılan gömlek sayısını göstermek üzere, bir mağazada satılan gömlek sayısından elde edilen günlük kar;

$$K(x) = -600 + 400x - 4x^2 \text{ (TL)}$$

Buna göre, gömlek satışından elde edilen en yüksek kar kaç TL?

Çözüm:



$$f(x) = -4x^2 + 400x + 600$$

$$r = \frac{-b}{2a} = \frac{-400}{-8} \Rightarrow \boxed{r=50}$$

$$f(50) = -4 \cdot 50^2 + 400 \cdot 50 + 600$$
$$= -10000 + 20000 + 600$$

$$\boxed{f(50) = 9400 \text{ TL kar}}$$